Die Koeffizienten der inneren Reibung bei Gemischen von Helium und Wasserstoff.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät

der

Vereinigten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

vorgelegt von

Arthur Gille
aus Berlin.

Halle 1915.

Referent: Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **E. Dorn.**

Tag der mündlichen Prüfung: 1. August 1914.

Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin
Linienstraße 158.

Meiner Frau

gewidmet.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 7
Der Apparat und die Ausmessung der Kapillare 9
Berechnung der Versuche 17
Korrektionen 20
Herstellung der Gase und der Gasgemische 24
Vorversuche mit Luft 31
Versuche mit reinem Helium und reinem Wasserstoff 33
Die Mischungen zwischen Helium und Wasserstoff 37
Anwendung der Formeln von
1. Sutherland 44
2. Puluj 47
3. Thiesen 49
Ergebnisse 51

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546028_0130

Einleitung.

Drei Methoden sind zur Ermittlung von Reibungskoeffizienten bisher in Anwendung gekommen: die Transpirationsmethode, die Schwingungs- und die Ablenkungsmethode. Bei den beiden letzten überträgt das zu untersuchende Gas vermöge seiner inneren Reibung Bewegungsgrößen von der Oberfläche eines Körpers auf die eines anderen durch eine kleine Gasschicht davon getrennten. Dabei werden entweder die Torsionsschwingungen einer Scheibe durch eine ihr gegenüberstehende feste Scheibe gedämpft oder eine frei aufgehängte Scheibe wird durch eine ihr gegenüber rotierende aus der Ruhelage abgelenkt. In beiden Fällen werden auch mit Vorteil konzentrische Hohlkugeln und Hohlzylinder verwendet. Die Größe der Dämpfung und der Ablenkung gibt dann ein Maß für die innere Reibung des untersuchten Gases. Ich benutzte bei meinen Versuchen die Transpirationsmethode. Ihre Anwendung für Gase entspricht dem Verfahren, nach dem Hagen[1]) und Poiseuille[2]) zuerst Wasser und andere tropfbare Flüssigkeiten beim Durchströmen von Kapillaren beobachteten. Durch eine der Poiseuilleschen ganz analoge Formel läßt sich auch der Reibungskoeffizient für Gase ermitteln, wobei die durch eine Kapillare in einer gewissen Zeit transpirierte Gasmenge gemessen wird, während die Temperatur der Kapillare und die Druckdifferenz an ihren Enden in bestimmter Weise reguliert werden.

Während Reibungskoeffizienten von reinen Gasen bereits in großer Zahl vorliegen, sind Mischungen weniger untersucht. Ältere Versuche von Graham und Puluj über Mischungen von Wasserstoff und Kohlensäure beschränken sich auf Zimmertemperatur; Breitenbach nahm Siedetemperatur hinzu; Kleint[3]) bestimmte die

---

[1]) Pogg. Ann. 1839, Bd. 46, S. 423; Abhandl. d. Berl. Akad. 1854, S. 17.

[2]) Soc. philomath. 1838, S. 77; Comptes rendus 1840, T. 11, S. 961, 1041; 1841, T. 12, S. 112; Ann. Chim., 3. ser., 1843, T. 7, S. 50; 1847, T. 21, S. 76; Mém. de savants étrangers 1846, T. 9, S. 433.

[3]) Fr. Kleint, Hallenser Inaug.-Diss. 1904 und Verhandl. d. Deutsch. Psysik. Gesellsch., VII. Jahrg., Nr. 7, S. 145—157.

Reibungskoeffizienten binärer Mischungen zwischen Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff im Temperaturintervall von 0° bis 183°; Tänzler[4]) ebenso von Argon und Helium. Das bekannteste Gasgemisch, die Luft, ist natürlich sehr oft Gegenstand von Reibungsversuchen gewesen; aus ihnen allen hat vor kurzem H. Vogel[5]), um bei Schwingungsversuchen ein recht zuverlässiges Vergleichsgas zu bekommen, den bestmöglichen Mittelwert des Reibungskoeffizienten zu bilden gesucht, meines Erachtens mit besserem Erfolge als Millikan[6]), der ebenfalls eine Mittelwertbildung im Verfolg seiner elektrischen Elementarquantenmessungen vornahm. Wenn auch die Luftversuche zur Erforschung des Einflusses der Mischungsverhältnisse auf den Reibungskoeffizienten weniger beitragen, so zeigen sie doch im Verein mit den Ergebnissen bei Kleint und Tänzler, daß bei Temperaturänderungen die Mischungen sich genau wie die reinen Gase verhalten und auch bei ihnen die Formel von Sutherland[7]) Geltung hat.

Auf Anregung und mit freundlicher Unterstützung des Herrn Prof. Dr. Dorn unternahm ich nun die Untersuchung der inneren Reibung von Gemischen zwischen Helium und Wasserstoff, zweier im Molekulargewicht wenig, im Reibungskoeffizienten trotzdem sehr verschiedener Gase, und zwar bei 0°, Zimmertemperatur und der Siedetemperatur des Wassers. Mit den gewonnenen Resultaten habe ich alsdann die für die Reibung von Gasgemischen aufgestellten Formeln von Puluj[8]) und Thiesen[9]) einer Prüfung unterzogen. Durch die Verwendung einer neuen, sehr vorteilhaften Kapillare und deren sorgfältigste Ausmessung, ferner durch die Einführung nicht unwesentlicher Korrektionen dürfte ich eine erhöhte Zuverlässigkeit der Resultate erreicht und durch die Vorversuche mit Luft und Helium, bei denen ich noch, um etwaige Bedenken zu zerstreuen, je zwei wesentlich verschiedene Druckdifferenzen in Anwendung brachte, die vorhandenen Reibungskoeffizienten der beiden Gase sichergestellt bzw. verbessert haben.

---

[4]) Tänzler. Inaug.-Diss., Halle a. S., 1906.

[5]) H. Vogel, Inaug.-Diss., Berlin, 1914.

[6]) R. A. Millikan, Ann. d. Physik, IV, 41, S. 759 ff.

[7]) Phil. Mag. 1893, 5. ser., Vol. 36, S. 507—531, 1893.

[8]) Puluj, Sitzungsbericht d. K. Akad. d. Wissensch. zu Wien, 79 (II), S. 97—113 und S. 745—756, 1879; Carls Repertor., 15, S. 578—592 und S. 633 bis 642, 1879.

[9]) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch., IV. Jahrg., Nr. 15.

Der Apparat und die Ausmessung der Kapillare.

Eine genaue Beschreibung des von mir benutzten Apparates gibt H. Schultze in den Annalen der Physik 1901, Bd. 5, S. 141—145. Geringe von meinen Vorgängern und mir vorgenommene Abänderungen sind für das Verfahren selbst unwesentlich. Dieses erfordert, daß der absolute Druck und die Druckdifferenz an den Enden der Kapillare während eines Versuches konstant erhalten und die durchgeströmte Gasmenge gemessen werden kann. Der Apparat leistet das dadurch, daß jedes Ende der Kapillare mit einem empfindlichen Quecksilber-Wassermanometer in Verbindung steht, und daß, während beim Versuch die Gasmenge einerseits ab-, andererseits zunimmt, als Sperrflüssigkeit wirkendes Quecksilber innerhalb der Gasbehälter so gehoben und gesenkt werden kann, daß der an den Manometern angezeigte Druck der gleiche bleibt. Das transpirierte Gasvolumen ist alsdann meßbar durch die als Ersatz dafür emporgetriebene Quecksilbermenge. Kapillare und Gasbehälter befinden sich mit Vorwärmeröhren in Temperaturbädern, die zweckentsprechend variiert werden können. Bezüglich der Einzelheiten sei auf die Ausführungen und die Zeichnung von H. Schultze verwiesen.

Der wichtigste Teil des Apparates ist die

Kapillare.

Von ihrer Brauchbarkeit und der Genauigkeit der Kenntnis ihrer Dimensionen ist der ganze Erfolg der Arbeit abhängig.

Die von mir vorgefundene Kapillare stammte von P. Tänzler[1]); diese und diejenige von H. Schultze[2]) sind unter den bisher im hiesigen Institut benutzten die einzigen, die durch direkte Ausmessung bestimmt waren. Für die sonst verwendeten Kapillaren war, wie bei Völker[3]) und Zimmer[4]), ein indirekter Weg zur Ermittlung des Reibungswiderstandes eingeschlagen. Das hat zwar neben großer Einfachheit den Vorteil, daß der Kapillare jede für die Versuche erwünschte Form gegeben werden kann, bringt aber den Nachteil der Abhängigkeit von einem als bekannt gesetzten Reibungs-

---

[1]) P. Tänzler, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1906, S. 10—11.
[2]) H. Schultze, Ann. d. Physik, Bd. 5, S. 147—151.
[3]) Völker, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1910, S. 10.
[4]) Zimmer, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1911. S. 7—8.

koeffizienten mit sich, dessen Unsicherheit unbedingt auf die neuen Resultate übertragen und noch erhöht wird, wenn man sich für die Reinheit des Hilfsgases und die Zuverlässigkeit der Versuchsbedingungen nicht vollste Gewähr verschafft. Ich glaubte, der Sache zu dienen, wenn ich eine dritte Kapillare mit aller möglichen Sorgfalt direkt ausmaß und damit der Sicherheit des Verfahrens eine neue Stütze bot. Dabei erschien es zweckmäßig, einen von den beiden früheren verschiedenen Radius der Kapillare zu bekommen (bei Schultze war R = 0,0075717 cm, bei Tänzler R = 0,0069472 cm). Wegen des sehr kleinen Reibungskoeffizienten von Wasserstoff strebte ich, einen größeren Reibungswiderstand, also kleineren Radius, etwa um 0,0060 cm, zu erhalten. Von einer Anzahl Kapillaren wurden also zunächst diejenigen ausgesucht, die dieser Anforderung entsprachen, wobei als bequemes Hilfsmittel die Kapillare von Tänzler benutzt wurde. Ein Quecksilberfaden wurde aus der letzteren in die fragliche Kapillare gebracht und aus der Längendifferenz sofort ein ziemlich genauer Wert für den Radius ersehen. Von den danach noch in Betracht kommenden Kapillaren wurde dann durch gröbere Kalibrierung und mikroskopische Betrachtung eine solche ausgesucht, die ein möglichst gleichmäßiges Kaliber und kreisförmigen Querschnitt zeigte.

Ich verfuhr bei der Ausmessung der Kapillare in derselben Weise wie H. Schultze, auf dessen ausführliche Darlegungen wiederum verwiesen wird.[5])

Um bei einem etwaigen Bruch am Ende der Kapillare nicht eine vollständig neue Ausmessung nötig werden zu lassen, wurden neben den Hauptmarken M_1 und M_2 in kurzem Abstande Sicherungsmarken M_1' und M_2' angebracht. Die mit Hilfe der Teilmaschine in einem dünnen Wachsüberzug markierten und mit Flußsäure eingeätzten Marken gelangen so gut, daß die Fadeneinstellung des Mikroskops später mit aller Schärfe geschehen konnte.

Die auf metrisches Maß reduzierten Markenabstände sind:

$$M_2 - M_1 = 51{,}097 \text{ cm bei } 12{,}3^0$$
$$M_2 - M_2' = 4{,}502 \text{ - - -}$$
$$M_1' - M_1 = 3{,}982 \text{ - - -}$$

Aus den Messungen an verschiedenen Tagen bei verhältnismäßig hohen Temperaturdifferenzen wurde der lineare Ausdehnungskoeffizient des Glases der Kapillare gewonnen = 0,0000079, in guter Übereinstimmung mit dem von Kohlrausch (Lehrb. d. prakt. Phys. 1910, S. 699: für Jenaer XVI = $0{,}0_578$) angegebenen.

---

[5]) H. Schultze, Ann. d. Physik, Bd. 5, S. 147—151.

Um $\frac{L}{R^4}$[6]) zunächst für 18° zu bestimmen, wurde der Markenabstand $(M_2 - M_1)_{18°} = 51{,}099$ cm weiterhin benutzt.

	Fadenlänge bei 18°		Der aus dem Mittel berechnete Radius R 18°
	nach Kalibrierung I cm	nach Kalibrierung II cm	
1	1,593	1,592	0,0060237
2	1,594	1,593	0,0060237
3	1,592	1,594	0,0060237
4	1,594	1,592	0,0060237
5	1,592	1,592	0,0060256
6	1,592	1,591	0,0060275
7	1,588	1,586	0,0060351
8	1,582	1,580	0,0060466
9	1,583	1,581	0,0060446
10	1,578	1,577	0,0060542
11	1,576	1,578	0,0060542
12	1,574	1,574	0,0060600
13	1,573	1,573	0,0060619
14	1,572	1,573	0,0060638
15	1,573	1,571	0,0060638
16	1,573	1,572	0,0060638
17	1,575	1,573	0,0060600
18	1,574	1,576	0,0060581
19	1,577	1,579	0,0060523
20	1,576	1,579	0,0060523
21	1,582	1,579	0,0060485
22	1,580	1,581	0,0060466
23	1,586	1,588	0,0060351
24	1,590	1,589	0,0060313
25	1,587	1,588	0,0060351
26	1,587	1,586	0,0060370
27	1,585	1,586	0,0060389
28	1,587	1,586	0,0060370
29	1,579	1,582	0,0060485
30	1,576	1,575	0,0060581
31	1,573	1,572	0,0060638
32	1,566	1,565	0,0060774
33	1,563	1,560	0,0060852
34	1,556	1,556	0,0060949

[6]) L bedeutet die Länge, R den Radius der Kapillare; siehe Kapitel Berechnung der Versuche.

Zur Kalibrierung wurde ein Quecksilberfaden von etwas über 1,5 cm Länge in die Kapillare gebracht und von einem Ende zum andern fortschreitend immer um 1,5 cm verschoben. Die Messung hierbei geschah wie die des Markenabstandes mittels horizontal gelegten Kathetometers mikroskopisch unter Vergleichung mit einem von dem Normal-Eichamt von Millimeter zu Millimeter geeichten Normalmaßstab aus Messing mit eingelegter Silberteilung auf etwa $^1/_{100}$ mm genau. Die beiden in entgegengesetzter Richtung ausgeführten Kalibrierungen gaben befriedigende Übereinstimmung. Die auf 18° reduzierten Fadenlängen stelle ich zum Vergleich nebeneinander und dazu die entsprechenden Radien, wie sie sich nach der späteren Auswägung ergaben. (Tabelle siehe S. 11.)

Man ersieht aus der Kalibrierung, daß die Wahl der Kapillare eine recht glückliche war. Die Schwankungen der Fadenlänge und damit des Radius sind geringer und die Übergänge allmählicher, besonders an den wichtigsten, nämlich den engsten Stellen der Kapillare, als das bei den von H. Schultze und P. Tänzler ausgemessenen der Fall ist.

Die Auswägung der Kapillare wurde, weil besonders wichtig, außer mit zwei möglichst langen einzelnen Fäden, mit der Summe zweier Fäden und schließlich noch mit einem Faden, der im Vakuum in die Kapillare gebracht und gemessen wurde, durch Doppelwägungen vorgenommen. Hierbei wurde die gegen Strahlung durch ein doppeltes Metallgehäuse geschützte Präzisionswage (Über die Konstruktion der Wage und besondere Vorrichtungen siehe E. Dorn, Phys. Zeitschr. 4, 1903, S. 530) benutzt. Die verwendeten Gewichtsstücke waren für die Wägungen besonders von der Normal-Eichungs-Kommission geprüft. Die Kapillare war vor der Herstellung der Quecksilberfäden ebenso wie vor der Kalibrierung nach der Vorschrift der physikalischen Reichsanstalt mit: 1. Benzin und absolutem Alkohol, 2. Königswasser, 3. übermangansaurem Kalium, 4. Aqua destillata und danach 5. mit trockener Luft (4. und 5. längere Zeit) gründlich gereinigt und getrocknet; ebenso das Wägeglas und die Gläser zur Aufnahme des Quecksilbers, bei denen aber heiße Schwefelsäure, Aqua destillata, Alkohol und Äther genügten. Das verwendete Quecksilber war destilliert. Das sehr kleine Wägegläschen konnte mit der Pinzette angefaßt werden und wurde noch zur Zerstörung etwaiger elektrischer Ladungen leicht durch eine Spiritusflamme gezogen. Im Innern des Wagekastens wurden irgendwelche Ladungen durch Hineinstellen radioaktiver Präparate unschädlich gemacht. Während sich zeigte, daß der Einfluß geringer elektrischer Ladungen schon recht erheblich werden kann, erwies die Rechnung, daß die

Korrektion wegen des Auftriebs des Quecksilbers in Luft vernachlässigt werden konnte. Störungen durch Luftbewegung innerhalb des Wagekastens wurden vermieden, indem nach jedem Schließen einige Zeit bis zur Wägung gewartet wurde. Nachdem m = die Masse, l = die Länge von Kuppe zu Kuppe, t = die Temperatur und h = die Höhe eines Meniskus für jeden Quecksilberfaden ermittelt sind, wird r, der Radius einer genau zylindrischen Kapillare von der Länge l und dem gleichen Volumen wie das vom Quecksilberfaden ausgefüllte Stück unserer Kapillare, berechnet aus:

$$r = \sqrt{\frac{m\{1 + 0{,}000181\,(t - 18)\} \cdot 0{,}073796 - \frac{\pi}{3} h^3}{\pi\,(l - h)}}$$

Ich konnte in dieser nach Kohlrausch[7]) entwickelten Formel h und h′ zusammenfassen, da die Höhe beider Menisken innerhalb der Grenze der Meßbarkeit ($^1/_{100}$ mm) übereinstimmte.

Die Ergebnisse der Auswägung sieht man in folgender Zusammenstellung:

	Länge = l	Gewicht des Hg-Fadens = m	$r_{20,3^0}$	r_{18^0}
	cm	mg	cm	cm
Hg-Faden I . . .	51,620	80,349	0,0060481	0,0060480
Hg-Faden II . . .	51,018	79,424	0,0060487	0,0060486
Hg-Faden III = IIIa + IIIb	$102{,}265_2$	159,183	0,0060481	0,0060480

Demnach ist der Mittelwert $r_{18} = 0{,}0060482$ cm. Nach diesem Ergebnis ist die 6. Dezimale, d. h. die vierte Ziffer von r, um höchstens eine Einheit unsicher, wenn die Möglichkeit eines Fehlers aus gleicher Quelle ausgeschlossen wäre. Die Messung und Wägung selbst, die Rechnung und die Berücksichtigung der Korrektionen sind mit so vorzüglichen Hilfsmitteln, so scharf und mit so vielen zuverlässigen Kontrollen durchgeführt, daß sie keinen Zweifel an ihrer Sicherheit übrig lassen. Dagegen glaubte ich die Möglichkeit nicht von der Hand weisen zu dürfen, daß bei der Fadenlänge ein genähert konstanter Fehler zustande kommen könnte, indem schwer sichtbare Gasbläschen, an den Wänden der Kapillare haftend, den

[7]) Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik, 1910, S. 102.

Faden zu lang gemacht haben könnten. Um darüber Gewißheit zu erhalten, entschloß ich mich, einen Quecksilberfaden im Vakuum in die Kapillare zu bringen und zu messen. Da sich meine Anordnung dabei als recht bequem erwiesen hat, sei sie hier angeführt.

An die zum Anblasen an die Vorwärmeröhren bereits umgebogenen Ansatzstücke der Kapillare wurden noch die Glasröhrenstücke mit den Hähnen *a*, *b*, *c* einerseits, *d* andererseits (hierzu siehe Fig. 1) angeblasen. Vorher war in den Teil *A* ein größerer Quecksilbertropfen, der aber in horizontaler Lage der Röhre den Querschnitt vor dem Konus nicht ganz ausfüllte, gebracht. So in wagerechter Lage wurde die Kapillare nun (*a*, *c*, *d* auf, *b* zu) von beiden Seiten zugleich scharf evakuiert. Hierauf neigte ich das Rohr, so daß der Quecksilbertropfen den Konus in *A* erreichte und ganz verschloß. Wegen Kapillardepression trat jetzt das Quecksilber nicht in die Kapillare ein. Den dazu nötigen Druck erhielt ich, ohne daß Luft in die Kapillare selbst eindringen konnte, mit Hilfe des T-Stücks *C*. Ich schloß *a*, *c*, *d* und ließ durch *b* Luft in das T-Stück. Dann mußte ich durch *c* (*a* und *b* zu) die Luft noch etwas verdünnen und erzielte so (*b* und *c* zu, *a* auf) einen gerade ausreichenden Druck, um das Quecksilber in die Kapillare, die, wie beabsichtigt, ihr völliges Vakuum behalten hatte, langsam einlaufen zu lassen. Der Faden würde bei nicht genügender Luftverdünnung in *A* unaufhaltsam durch die Kapillare nach *B* geschossen sein. So aber konnte, während der Faden in vertikaler Lage der Röhre langsam fortschritt, bereits von *c* aus das Vakuum in *A* wiederhergestellt werden, als er eben die Mitte erreichte. Jetzt war der Faden lang genug, um durch sein Eigengewicht bei richtiger Haltung der Kapillare die Kapillardepression überwinden zu können, und so konnte durch bloßes Neigen der Röhre (alle Hähne zu) bequem ein Faden von jeder beliebigen Länge gewonnen werden. Das überflüssige Quecksilber ließ ich in *A* zurückfallen. Die Kapillare ließ sich, nachdem die Zuleitungen zur Luftpumpe abgenommen waren, leicht bei der Längenmessung des Hg-Fadens handhaben. Danach wurde der Hg-Tropfen in *B* aufgefangen und nach Abschneiden von *d* gewonnen. Die Wägung erfolgte wie bei den übrigen Quecksilberfäden. Das Ergebnis war:

$l = 51{,}783$ cm, $m = 80{,}550$ mg, $r_{18} = 0{,}0060483$ cm. Es zeigt sich damit eine merkwürdig scharfe Übereinstimmung mit dem Mittelwert der früheren Resultate in r_{18}. Die Länge der Fäden I, II und III war demnach auch in Luft zuverlässig bestimmbar. Bei der weiteren Rechnung benutzte ich $r_{18} = 0{,}0060483$. Aus $V_{18^0} = r_{18^0}{}^2\pi \cdot l_{18^0} = 0{,}00594981$ ccm folgte dann das Volumen des ca. 1,5 cm

langen Kalibrierungsfadens: $v_{18^0} = 0{,}000181\,593$ ccm und daraus die bereits bei der Kalibrierung angegebenen, den einzelnen Kalibrierungsfadenlängen entsprechenden Radien.

Für den Reibungswiderstand zwischen M_1 und M_2 war nun zu berechnen:

$$\frac{\lambda_0}{r_0^4} + \frac{\lambda_1}{r_1^4} + \frac{\lambda_2}{r_2^4} + \cdots\cdots + \frac{\lambda_{34}}{r_{34}^4}$$

$$= \frac{0{,}323}{0{,}006\,023\,7^4} + \frac{1{,}500}{0{,}006\,023\,7^4} + \frac{1{,}500}{0{,}006\,023\,7^4} + \cdots\cdots + \frac{1{,}276}{0{,}006\,094\,9^4}.$$

Es fand sich dafür: $\left(\frac{L^1}{(R^1)^4}\right)_{18^0} = 381\,854 \times 10^5$.

Rechnet man hieraus R^1, da ja $L^1 = M_2 - M^1 = 51{,}099$ cm bekannt ist, aus, so findet man $R^1 = 0{,}006\,048\,24$ cm. Man sieht wiederum, wie gleichmäßig das Kaliber der Kapillare ist, da in $\frac{L^1}{(R^1)^4}$ das R^1 direkt aus der Auswägung $= r$ hätte berechnet werden können. Für die Stücke jenseits der Marken M_1 und M_2 wurden nun mit Hilfe von Teilmaschine und Okularschraubenmikrometer die dort noch vorhandenen Reibungswiderstände gemessen, die sich als die Summe darstellen:

$$\frac{\Delta_1}{\varrho_1^4} + \frac{\Delta_2}{\varrho_2^4} + \frac{\Delta_3}{\varrho_3^4} + \cdots\cdots + \frac{\Delta_n}{\varrho_n^4}.$$

Die Δ nahm ich mit wachsenden ϱ kleiner und kleiner, von 0,02 bis 0,002 cm.

Es ergab sich die Summe der Reibungswiderstände

jenseits von M_1: $= 3562 \times 10^5$
- - M_2: $= 2635 \times 10^5$ } bei 18^0

Nimmt man hierzu den Reibungswiderstand zwischen den Marken, so erhält man für die ganze Kapillare:

$$\left(\frac{L}{R^4}\right)_{18^0} = 388051 \times 10^5.$$

Die Summe der Terme $\frac{\Delta}{\varrho^4}$ von den Stellen an, wo die Form merklich konisch wird, ist $= 263 \times 10^5$, also nur $\frac{1}{1475}$ vom gesamten Reibungswiderstand.

Mit Hilfe des bereits erwähnten Ausdehnungskoeffizienten 0,0000079 des Glases der Kapillare stellte ich mir folgende Tabelle

zusammen, um bei der späteren Rechnung für die verschiedenen Temperaturen $\frac{L}{R^4}$ entnehmen bzw. interpolieren zu können.

$$\begin{aligned}
\frac{L}{R^4} \text{ bei } 0^0 &= 388216 \times 10^5 \\
\text{- } 2^0 &= 388197 \times 10^5 \\
\text{- } 6^0 &= 388161 \times 10^5 \\
\text{- } 10^0 &= 388124 \times 10^5 \\
\text{- } 14^0 &= 388088 \times 10^5 \\
\text{- } 18^0 &= 388051 \times 10^5 \\
\text{- } 22^0 &= 388015 \times 10^5 \\
\text{- } 100^0 &= 387298 \times 10^5
\end{aligned}$$

Nach O. E. Meyer muß $\frac{L}{2R}$ mindestens $= \frac{3000}{1}$ sein, damit das Poiseuillesche Gesetz sicher gilt. Dieser Forderung entspricht die Kapillare mit: $\frac{L}{2R} = 4292{,}8$.

Daneben darf man nicht unterlassen, zu prüfen, ob die mittlere Weglänge der untersuchten Gase auch genügend klein ist gegen den Durchmesser der Kapillare. Ist das nicht merklich der Fall, so gelten die Strömungsgesetze ebenfalls nicht mehr. Nehmen wir nach O. E. Meyer[8]) die mittlere Weglänge für Wasserstoff = 0,0000178 cm und für Helium = 0,0000240 cm, so ist das Verhältnis von Durchmesser zur Weglänge 1210 : 1,78 und 1210 : 2,40, also noch genügend groß.

Bevor die Kapillare angeblasen wurde, wurde der Reibungsapparat völlig auseinandergenommen und gereinigt, die wichtigeren Teile, wie die Gasbehälter, ebenso wie die Kapillare nach der Vorschrift der Physikalischen Reichsanstalt. Die Platinkontakte innerhalb der Gasbehälter, die unvorteilhaft hoch und seitwärts gebogen waren, wurden nach der Mitte zum Eingang in den engeren Hals des Behälters gerichtet. Das Zusammenblasen der Teile erfolgte nach gründlichem Trocknen mit vorgelegtem Phosphorpentoxydrohr. Die Verbindung von Gasbehälter und Siedeapparat wurde statt durch Bleirohr durch eine Glasfeder hergestellt. Statt der alten wurde eine Geißlersche Röhre neuerer Konstruktion angebracht. Im wesentlichen behielt der Apparat seine alte Gestalt. Nur andersartige Verbindungen sind durch Glasrohrverbindung ersetzt, der Siedeapparat ist zur Verminderung der Wärmestrahlung mit Asbest und Watte

[8]) O. E. Meyer, Kinet. Theor. d. Gase, II. Aufl., S. 192 u. 194.

umwickelt, die ihm benachbarten Glasröhren mit Watte und Stanniol. Alle Hähne wurden mit der bewährten Vaseline-Wachsmischung neu gedichtet. Die an der Rückwand der Manometer im U-Rohr befindlichen Bimssteinstückchen wurden mit etwas Wasser neu getränkt, um einem Verdampfen des Manometerwassers vorzubeugen. Die bei den Versuchen beabsichtigten Druckdifferenzen wurden durch Fixpunkte an den Manometern markiert und diese danach geeicht; die dabei erhaltenen Werte werden an späterer Stelle bei den Versuchsergebnissen aufgeführt. Nachdem der Apparat neu zusammengeblasen war, wobei auch alte, schlechte Glasstücke durch neue ersetzt wurden, wurde er auf seine Dichtigkeit geprüft, was später öfter wiederholt wurde. Mit den Versuchen wurde immer erst begonnen, wenn sich ein hohes Vakuum lange Zeit konstant erhalten hatte, ebenso wurde bei ca. 14 cm Hg-Überdruck ein vorzügliches Dichthalten des Apparates beobachtet.

Berechnung der Versuche.

Die Berechnung der Reibungskoeffizienten geschah nach der Formel:

$$\eta_{abs.} = \pi \, t \, . \, g \, . \, 13{,}5957 \left(\Delta p - \frac{\Delta p^2}{2 P_1} \right) \cdot \cdot \frac{R^4 \, . \, 13{,}5957 \, (1 + \alpha T)}{L \, . \, 8 \, . \, M \, . \, (1 + \beta T) \, (1 + \alpha T')} \left(1 + \frac{4 \zeta}{R} \right) .$$

Hierin bedeutet:

η den Reibungskoeffizienten in absolutem Maß, wenn die übrigen Größen in cm, g und sec ausgedrückt sind,

t die Dauer des Versuches,

Δp die Druckdifferenz an den Enden der Kapillare, in cm Quecksilber gemessen,

$P_1 = P + p_1$, d. h. den korrigierten Barometerstand vermehrt um den größeren der beiden an den Manometern abgelesenen Überdrucke (in cm Hg),

g die Schwerebeschleunigung für Halle = 981,14,

R den Radius der Kapillare,

L die Länge derselben,

T die Temperatur des Wasserbades des Gasbehälters auf der Seite des höheren Druckes,

T' die Temperatur der Kapillare,

M die das durchgeströmte Gasvolumen bei T^0 ersetzende Quecksilbermasse,

α den Ausdehnungskoeffizienten der Gase, der für Helium und Wasserstoff = 0,003663 gesetzt wurde,

β den Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers = 0,000181,

ζ den Gleitungskoeffizienten.

Es ist das im wesentlichen dieselbe Formel, die H. Schultze[1]) im Anschluß an O. E. Meyer[2]) entwickelte. Ich habe nur den Faktor, der aus den Druckverhältnissen folgt, in eine für die Rechnung einerseits bequemere, den Einfluß der einzelnen Drucke andererseits klarer darstellende Form gebracht, indem ich den bei Schultze auftretenden Faktor

$$\frac{p_1 (2P + p_1) - p_2 (2P + p_2)}{2 (P + p_1)}$$

setzte

$$= \frac{(P + p_1)^2 - (P + p_2)^2}{2 (P + p_1)} = \frac{(P + p_1)^2 - (P + p_1 + p_2 - p_1)^2}{2 (P + p_1)}$$

$$= \frac{(P + p_1)^2 - (P + p_1)^2 + 2 (P + p_1) (p_1 - p_2) - (p_1 - p_2)^2}{2 (P + p_1)}$$

$(p_1 - p_2)$ ist aber die Druckdifferenz an den Enden der Kapillare, und $(P + p_1)$ ist der absolute Druck auf der Seite der Kapillare, von der aus das Gas strömt;

ich setzte daher für $(p_1 - p_2)$ kürzer Δp
und für $(P + p_1)$ - P_1

und erhielt so

$$\frac{p_1 (2P + p_1) - p_2 (2P + p_2)}{2 (P + p_1)} = \Delta p - \frac{\Delta p^2}{2 P_1}.$$

Da Δp und Δp^2 ohne Rechnung einer kleinen Tabelle, die wegen der nahen Konstanz von Δp während langer Versuchsreihen

---

[1]) H. Schultze, Ann. d. Physik, Bd. 5, 1901, S. 154.

[2]) O. E. Meyer, Pogg. Ann., Bd. 127, 1866, S. 263 ff.

nur wenige Werte zu umfassen brauchte, entnommen werden konnten, erhielt ich somit eine vorteilhafte Vereinfachung der vorher in jedem Einzelfall nötigen umständlichen Rechnung mit vielziffrigen Zahlen.

Zur Bestimmung der **Gleitungs**koeffizienten habe ich die von Knudsen[3]) aufgestellte Formel benutzt:

$$\zeta = \frac{8\sqrt{2}\,.\,\eta'}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\rho_1}\,.\,p}\,.\,\frac{c_1}{c_2}\,.$$

Hierin bedeutet:

η' den Reibungskoeffizienten ohne Berücksichtigung der Gleitung bei der Temperatur, für die ζ berechnet werden soll,

ρ_1 das spezifische Gewicht des Gases bei dem Druck von 1 Dyne/cm² in bezug auf Wasser und bei der Temperatur T',

p den mittleren Druck in Dynen/cm²,

$\frac{c_1}{c_2}$ eine reine Zahl, die nach Knudsens Versuchen = 0,81 gesetzt werden kann.

Für den mittleren Druck p in der Kapillare gibt Warburg[4]) die Formel:

$$p = \frac{P_0}{1 + \frac{P_0 - p_0}{P_0}},$$

worin nach unserer Bezeichnung

$$P_0 = P_1,\ P_0 - p_0 = \Delta p$$

zu setzen sind und noch mit 13,596 × 981,14 zu multiplizieren ist, um zu Dynen/cm² zu kommen.

---

[3]) Ann. d. Physik (IV), Bd. 28, 1909, S. 119.

[4]) Warburg, Pogg. Ann. 159, S. 400, 1876.

Korrektionen.

Soweit die in der Formel für den Reibungskoeffizienten auftretenden Größen von der Genauigkeit der Messungshilfsmittel, wie Uhr, Wage, Maßstab, Barometer, Thermometer usw., abhängig sind, sind sie

in der 4. bedeutsamen Ziffer sicher genau		wodurch der Einfluß auf η in der 4. Ziffer wird:
1. in R	bis auf ± 1 Einh.	ungefähr ± 1 Einh.
2. - L	- - $\pm 0{,}5$ -	- $\pm 0{,}2$ -
3. - t (2700–900 sec)	- - ± 1 -	- 0,8 bis $\pm 1{,}2$ -
4. - Δ p	- - $\pm 0{,}8$ -	- $\pm 0{,}8$ -
5. - P_1	- - ± 2 -	- $\pm 0{,}0$ -
6. - T	- - ± 2 -	- $\pm 0{,}1$ -
7. - T'	- - ± 2 -	- $\pm 0{,}1$ -
8. - M	- - $\pm 0{,}5$ -	- $\pm 0{,}5$ -

Da für 3—8 positive und negative Fehler gleich wahrscheinlich sind, und die für R und L gar nicht sichtbar werden, so müßten die Reibungskoeffizienten derselben Versuchsreihe im allgemeinen mindestens bis auf ca. 2 Einheiten der 4. Ziffer übereinstimmen.

Da die Abweichungen durchschnittlich aber wesentlich erheblicher sind, und ich sie in allen bisher mit dem Apparat angestellten Versuchen in gleichem Maße vorfand, suchte ich nach der Fehlerquelle, um ihr eventuell durch eine Korrektion abzuhelfen. Erklärung und Korrektionen wurden leicht gefunden, letztere aber nur bis zu einer gewissen Annäherung wirksam, so daß die Reibungskoeffizienten zwar noch größere Abweichungen behalten, aber der Mittelwert in der 4. Ziffer bis auf wenige Einheiten nunmehr als sichergestellt gelten kann.

Bedingung für die Richtigkeit unserer Resultate war ja, daß das M in unserer Formel genau die Quecksilbermenge darstellt, die bei der Temperatur T das gleiche Volumen wie die durchgeströmte Gasmenge bei T und dem Druck P_1 besitzt. Das ist sicher der Fall, wenn in allen Teilen des Apparates, wo der Druck P_1 herrscht (also die zu wägende Quecksilbermenge in die obere Kugel des Gasbehälters aufsteigt), zu Beginn und Schluß eines Versuches einerseits die Temperatur, andererseits P_1 (d. h. Überdruck und Barometerstand) genau gleich sind. Während die Versuchsanordnung einen

solchen Zustand sehr nahe herstellt und die Temperaturdifferenzen ΔT ebenso wie die Druckdifferenzen ΔP, wie sie zwischen Anfang und Ende eines Versuches auftreten, so klein sind, daß der Gedanke, sie zu vernachlässigen, nahe lag, zeigen doch die Rechnung und diesbezügliche Experimente, daß die vorliegenden ΔT allein solchen Einfluß auf M und damit auf η ausüben können, daß die größten auftretenden Abweichungen dadurch erklärt werden.

Die Differenz des der Formel für η gerecht werdenden M und des wirklich ausgewogenen sei ΔM; dann ist dieses die algebraische Summe aller der einzelnen ΔM_1, $\Delta M_2 \ldots$, die wir nun feststellen wollen.

Zur Rechnung brauchte ich die Volumina des Apparates rechts und links von der Kapillare und fand durch Messungen[1]), daß ich genügend genau rechne, wenn ich $V_R = V_L = 160$ ccm setze. V stellt dabei das Volumen zu Beginn eines Versuches auf Seite des Druckes P_1 dar. Ist P_1 konstant und nur in der Anfangs- und Endtemperatur eine Differenz $\Delta T = \pm 1^0$ C, so ist die Abweichung des Quecksilbervolumens gegen das Soll $= \mp 160 \times 0{,}003663$ ccm $= \mp 0{,}58608$ ccm, d. h. $\Delta M_1 = \pm 0{,}586 \times 13{,}6 = \pm 7{,}97$ g, das würde für den Reibungskoeffizienten eine Änderung für meine Versuche im Minimum von 2,5 Proz., im Maximum aber von 9,1 Proz. bedeuten. Man ersieht sofort, daß selbst bei $\Delta T = 0{,}1^0$ der Einfluß auf M nicht unberücksichtigt bleiben darf, und daß bei Temperaturmessungen auch außerhalb des Kapillarenbades Thermometer mit direkter Angabe der Zehntelgrade und Schätzbarkeit der Hundertstelgrade benutzt werden müssen. Unschädlich kann dieser Einfluß durch eine möglichst lange Versuchsreihe nicht gemacht werden, da die Zimmertemperatur, unter deren Einwirkung ΔT entsteht, wie meine und die früheren Beispiele zeigen, im Laufe mehrerer Versuche fast regelmäßig ansteigt, und während der Nacht erst, wo Versuche nicht stattfinden, rückläufig ihren tiefsten Stand wieder erreicht. Erklärungen dafür liegen auf der Hand.

Wegen der Länge der Versuche ist es auch durch die besten Wärmeisolationshüllen am Apparat nicht möglich, ΔT mit Sicherheit so zum Verschwinden zu bringen, daß η genügend gesichert ist; es ist also besser, ΔT zu messen und eine Korrektion ΔM einzuführen. Wären alle betroffenen Apparatteile in einem gemeinsamen Temperaturbade, so ließe sich ΔT unmittelbar bestimmen und ein dadurch

[1]) Näherungsweise direkte Ausmessung der Glasteile, Messung des den Apparat füllenden Gasvolumens und Druckmessungen (Näheres darüber würde hier zu weit führen).

bedingtes ΔM mit großer Genauigkeit aufstellen. Ein solches Bad läßt aber der Umfang und die notwendig weite Verzweigung der Apparatteile nicht zu, so daß ich mich mit einer Korrektion, die teils nur große Annäherung verspricht, begnügen mußte. Für jede Apparathälfte wurden zwei Korrektionen ermittelt, die erste berücksichtigt die Temperaturveränderung ΔT_1 des Wasserbades der Gasbehälter und gibt ein genaues ΔM_1, die zweite die mittlere Temperaturänderung ΔT_2 aller übrigen in Betracht kommenden Teile und gibt ΔM_2 nur angenähert. Zur Bestimmung von ΔM_1 wurde das Quecksilber in den Gasbehältern bis scharf an den Kontakt gebracht, so daß bei leichter Erschütterung die Glocke ertönte, die Temperatur der Bäder (nahe Zimmertemperatur) und der Manometerstand beiderseitig abgelesen und darauf die Temperatur schnell durch Zutun von geschabtem Eis auf ca. 0° erniedrigt. Hierbei sank der Manometerstand wegen der durch Abkühlung eines Teilvolumens um ΔT_1 erfolgten Gaskontraktion; wurde aber sofort wieder auf seinen früheren Stand gebracht durch Heben des Quecksilbers über den Kontakt in den oberen Gasbehälter. Die zum Ausgleich erforderliche Quecksilbermenge konnte dann abgezapft und gewogen werden. Aus mehreren solchen Versuchen fand sich in guter Übereinstimmung, daß die Korrektion auf beiden Seiten gleichlautend für $\Delta T_1 = \pm 1^0$ Cels. $\Delta M_1 = \pm 3$ g zu setzen ist. Das danach theoretisch nötige Volumen von 60 ccm ergab sich in der Tat aus einfachen Messungen an den Glasteilen des Bades. Für die übrigen Apparatteile ist ein einheitliches ΔT nicht vorhanden, da diese den Zimmertemperaturschwankungen in verschiedenem Maße ausgesetzt sind, je nach der Lage und dem Grade der durch Umwickelungen und Einpackungen (die weiteren Manometergefäße in Holzsägespäne) erreichten Wärmeisolation. Deshalb bestimmte ich ein ΔM_2 so, daß ich ein ΔT_2 der Zimmertemperatur 30 Minuten, d. h. die mittlere Dauer der späteren Versuche auf den Apparat mit Ausnahme der durch ΔM_1 bereits erledigten Teile, die durch schmelzenden Schnee auf 0° erhalten wurden, einwirken ließ. Dabei kühlte ich die Zimmertemperatur durch Öffnen der Fenster im Winter von ca. 20° auf ca. 10° ab. Im übrigen wurde wie bei ΔM_1 verfahren. Auch hier zeigte sich bei mehreren Versuchen sehr gute Übereinstimmung und für die linke Apparathälfte dieselbe Korrektion wie für die rechte; nämlich

$$\text{für } \Delta T_2 = \pm 1^0 \text{ C. } \Delta M_2 = \pm 2 \text{ g.}$$

Man sieht die Größe der Wärmeisolation; denn ohne diese hätte die Korrektion dem Restvolumen von 100 ccm entsprechend bei voller Einwirkung von ΔT_2 5 g werden müssen.

Ein ΔM entsteht ferner durch Druckänderungen innerhalb des Apparates, was durch Barometerstandsänderungen oder Inkonstanz des Überdruckes geschehen kann. Bei gegebenem ΔP ist hier genaue Rechnung möglich. Bei dem Barometerstand von 760 mm und dem Überdruck von 130 mm sei zwischen Anfangs- und Endstellung des Barometers die Differenz:

$$\Delta P = \pm 0{,}1 \text{ mm, dann ist } \underline{\Delta M_3 = \mp \frac{160 \times 13{,}6}{7600 + 1300} = \mp 0{,}24 \text{ g.}}$$

Die Barometerbewegung erwies sich bei meinen Versuchen so gering, daß ΔM_3 nur in seltenen Fällen von Bedeutung wurde.

Der Vollständigkeit wegen sei noch ein, wenn auch sehr kleines ΔM angeführt, das durch eine Änderung der Temperatur der Manometerflüssigkeit entsteht. Da das Ende der Wassersäule an einem bestimmten Punkte der Skala festgehalten wird, so macht jede Temperaturänderung eine kleine Volumenänderung im Innern des Apparates aus, die sich an M ausgleicht. Nehmen wir die Manometerflüssigkeit genau genug = 100 ccm, dann ist bei einem $\Delta T = \pm 1^0$ C (was aber niemals erreicht wird) $\Delta M_2' = 100 \times 0{,}000181 \times 13{,}6 = 0{,}25$ g. Ich schreibe $\Delta M_2'$, weil diese Korrektion wie auch die folgende bereits in ΔM_3 enthalten ist, bei dessen Bestimmung ja auch die Manometerflüssigkeit der Einwirkung des Temperaturabfalles ausgesetzt war. Für $\Delta T = \pm 1^0$ findet man eine Überdruckänderung von $\mp$ 0,004 cm Hg und damit ein $\Delta M_2'' = \pm 0{,}1$ g.

Nunmehr können wir dem in der Formel für η theoretisch geforderten M genügend nahe kommen, indem wir, wenn M_1 das gewogene Quecksilber ist, setzen:

$$M = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3.$$

Zwei Voraussetzungen für die Richtigkeit von M sind noch wichtig:

1. Es muß die emporgestiegene Quecksilbermenge auch genau abgezapft werden. Das richtige Quantum erhalten wir aber nur, wenn das Quecksilber beim Erreichen wie beim Verlassen des Kontaktes denselben Meniskus hat. Nun ist dieser aber beim Ansteigen stark gewölbt, beim Sinken bedeutend abgeflacht. Es zeigte sich, daß die Klingel, nachdem sie bereits infolge der Trennung des Quecksilberniveaus vom Platinkontakt verstummt war, nach einigen Augenblicken wieder ertönte und noch 4 bis 5 Hg-Tropfen abgelassen werden mußten, damit das Klingeln endgültig aufhörte. Es gelang, das Quecksilber auf ca. 1 Tropfen genau abzulassen, indem ich durch vorsichtiges Klopfen an den Behältern eine möglichst starke Wölbung des Meniskus hervorrief, und erst aufhörte, Hg-Tropfen aufzufangen, wenn die Glocke ruhig blieb. Daß man nicht zu weit gegangen ist,

sieht man daran, daß bei leichten Erschütterungen Fünkchen überspringen. Der übrigbleibende Fehler wird im allgemeinen 0,2 g nicht übersteigen.

2. Es muß die Manometereinstellung zu Anfang und Ende eines Versuches scharf dieselbe sein. Zwischen Anfangs- und Endstellung sei $\Delta W = \pm 1$ mm, so wird $\Delta M_4 = \pm 0{,}5$ g[2]). Da man am Schluß eines Versuches die Manometerregulierung abbrechen muß, um im gegebenen Zeitmoment den Apparat abzustellen, so kommen namentlich bei Gasen mit so hoher Strömungsgeschwindigkeit wie beim Wasserstoff ΔW bis zu 1 mm leicht vor, sind aber unschädlich, da sie sich sehr genau berücksichtigen lassen. Die Anfangsstellung konnte man ja scharf im Auge haben und notieren, während man die Endstellung kurz nach Schluß des Versuches sehr genau ablesen kann. Ich habe ΔM_4, wo nötig, gleich bei der Wägung des Quecksilbers zugefügt.

Wenn trotz aller Korrektionen noch immer größere Abweichungen auftreten, so fand ich beim Vergleich der korrigierten Werte mit den unkorrigierten doch durchschnittlich eine bedeutende Verbesserung. Die noch bevorstehenden Schwankungen finden ihre Erklärung darin, daß ΔM_2, dem ein verhältnismäßig großes Volumen (100 ccm) zugeordnet ist, nur einen Mittelwert darstellt, aber so, daß wir konstante Fehler von Bedeutung nunmehr nicht zu befürchten brauchen.

Herstellung der Gase und der Gasgemische.

Zunächst stand mir bereits früher im Physikalischen Institut hier hergestelltes **Helium**, das unter Überdruck in einer Pipette nach Salet aufbewahrt war, zur Verfügung. Leichte Verunreinigungen wurden nach dem Verfahren von Gehlhoff[1]) in einer Kaliumzelle beseitigt. Da ich dabei im wesentlichen wie Arnold[2]) verfuhr, sei auf dessen Darstellung verwiesen. Das Helium zeigte dann bei spektralanalytischer Untersuchung vollkommene Reinheit.

[2]) Anm.: Konnte leicht gemessen werden. Das Sinken der Wassersäule um 122,65 cm gab ein gleichzeitiges Sinken des Quecksilbers im Gasbehälter von etwa 598 g; daher für 1 mm 598 : 1226,5 = rund 0,5 g.

[1]) G. Gehlhoff, Berichte d. Deutschen physik. Gesellschaft 1911, S. 271.

[2]) W. Arnold, Inaug.-Diss. Halle a. d. S., 1913, S. 12, 13.

Nachdem ich mit diesem Helium Reibungsversuche angestellt hatte, wozu bei einer speziell beabsichtigten kleinen Druckdifferenz der etwas knappe Gasvorrat gerade ausreichte, mußte ich, um höhere Druckdifferenzen anwenden zu können, gleich einen höheren Prozentsatz Wasserstoff zugeben; es ist diese meine erste Mischung später dem Mischungsverhältnis entsprechend als III. Mischung aufgeführt. Als danach ein Teil des Gases durch Bruch einer Röhre verunreinigt wurde, entschloß ich mich, noch eine größere Menge Helium zu beschaffen, damit auch Mischungen mit geringerer Beimengung von Wasserstoff untersucht werden könnten. Ich bezog etwa 500 ccm Rohhelium durch die Glasinstrumentenfabrik F. O. R. Götze, Leipzig. Das Gas war zunächst so unrein, daß im Spektrum die Heliumlinien fast ganz verschwanden. Da die Verunreinigungen meist aus Stickstoff und Wasserstoff bestanden, wurde wiederum die Kaliumzelle zur Reinigung benutzt, wobei die frühere, schon sehr verbrauchte durch eine neue ersetzt werden mußte. In diesem Falle genügte die Wirkung der Kaliumzelle nicht; es zeigte sich, daß Edelgase, die sie ja nicht beseitigen kann, dem Helium noch beigemengt waren, und zwar Argon und ganz wenig Neon. Ein Reibungsversuch, den ich mit dem Gase anstellte, ließ im Hinblick auf die von Tänzler[3]) bei Mischungen zwischen Argon und Helium erhaltenen Ergebnisse etwa 2 Proz. Argon darin vermuten. Auch die noch vorhandenen Beimengungen zu entfernen, gelang durch Absorption mit stark abgekühlter Holzkohle, deren Eigenschaft, verschiedene Gase verschieden stark zu absorbieren, dabei zustatten kam. Wie gut sich dieses Verfahren dazu eignet, gerade Helium von Argon zu trennen, ersieht man aus den von Dewar[4]) unter anderen angegebenen Zahlenwerten für die Größe der Okklusion. Danach okkludiert 1 ccm frisch ausgeglühte Holzkohle:

bei 0° nur 2 ccm Helium, aber 12 ccm Argon
- — 185° - 15 - - , - 175 - -

Es wurde die in der Fig. 2 dargestellte Vorrichtung benutzt. In dem etwa 100 ccm großen Behälter V kann man Quecksilber mittels der kummunizierenden Füllkugel F heben und senken. V steht in Verbindung durch Hahn 1 mit dem Kohlebehälter K, der etwa 30 ccm Kohle aus Kokosnußschale enthält, durch Hahn 2 mit den Luft-

[3]) P. Tänzler, Inaug.-Diss. Halle a. d. S., 1906, S. 29 und Taf. II.

[4]) J. Dewar, Sur l'occlusion des gaz par le charbon de bois aux basses températures et sur le dégagement de chaleur qui l'accompagne. Ann. d. chim. et de phys. (8) III, S. 5, 1904.

pumpen $G + T$ (es waren Gäde- und Töplerpumpe angeschlossen), durch den Doppelweghahn 3 einerseits 3′ mit der Heliumpipette und dem Spektralrohr (deren Zuleitungen noch durch den Doppelweghahn 4 getrennt sind), andererseits 3″ mit dem zum Auffangen und Messen kleiner Gasmengen geeigneten, graduierten Behälter M.

Zunächst wurde unter Ausglühen der Kohle mit dem Bunsenbrenner der ganze Apparat bei verschlossener Pipette mit der Gädepumpe (unterstützt durch die Töplerpumpe) gründlich evakuiert. Dies wurde an 2 Tagen etwa 10 Stunden fortgesetzt, da erst dann die von der Kohle freigegebenen Gasreste verschwindend klein wurden. Danach wurde 1 abgeschlossen und nun schnell mit den genannten Pumpen ein so hohes Vakuum erreicht, daß im Spektralrohr keine Entladungen mehr durchgingen. Zugleich wurde die Kohle bis auf etwa — 186° abgekühlt, indem ein Weinholdsches Gefäß mit flüssiger Luft so unter K gestellt wurde, daß K ganz in die flüssige Luft eintauchte. Jetzt wurde das Gas aus der Heliumpipette hereingelassen (2, 3″, 4″ zu, 4′, 3′ und 1 auf). Ein kurzes Aufzischen der flüssigen Luft bezeichnete die heftige Absorptionstätigkeit der dadurch erhitzten Kohle. Das Gas wurde zunächst etwa 1 Stunde der Kohle ausgesetzt, wobei es, um alle Teile genügend mit ihr in Berührung zu bringen, öfters in die Gaspipette zurückgedrückt und wieder ausgesogen wurde. Danach wurde es vollständig in die Pipette zurückgebracht, wobei ich es unter entsprechender Regulierung der Hähne wie mit einer Quecksilberpumpe durch Heben und Senken der Füllkugel aus K abpumpen konnte. Danach wurde die flüssige Luft weggenommen und die Kohle allmählich wieder bis zum Glühen erwärmt (vorher 3′ zu). Das dabei aus K in V überströmende Gas erwies sich im Spektralrohr als reines Argon und wurde in M gebracht. Es waren ca. 4,5 ccm. Diesen ganzen Reinigungsprozeß, beginnend mit dem Ausglühen und Auspumpen der Holzkohle, wiederholte ich 4 mal; das dabei gewonnene Argon verminderte sich rasch ($2^1/_2$ ccm, $^3/_4$ ccm, $^1/_4$ ccm, 0,0 ccm). Beim letzten Mal gab die Kohle kein Argon mehr ab, das Quecksilber schlug hart gegen den Hahn 3. Die Erwartung nach dem erwähnten Reibungsversuch mit dem unreinen Gase, daß dem Helium 2 Proz. Argon beigemischt sei, bestätigte sich also völlig; denn die gesamte Gasmenge betrug etwa 400 ccm, das ausgeschiedene Argon 8 ccm.

Der Reinigungsprozeß wurde nun noch ein fünftes Mal wiederholt, um die wenn auch geringfügige Neonbeimischung unschädlich zu machen. Um das zu erreichen, mußte ich zugleich einen Teil Helium opfern, was bei dem reichlichen Gasvorrat geschehen konnte. Neon wird nämlich ähnlich wie Wasserstoff bei einem etwas höheren

Druck ebenfalls bei tiefer Temperatur von Kohle absorbiert, wird aber, wenn der Druck nur noch wenige Millimeter beträgt, wieder freigegeben; daher zeigte sich auch erst, wenn die letzten Heliumreste aus K abgepumpt wurden, bei der spektroskopischen Betrachtung dieser Gasteile deutlich Neon beigemischt. Demgemäß ließ ich, nachdem der Hauptteil des Gases noch unter genügendem Druck in die Pipette geschafft war, den mit Neon verunreinigten Rest, bei Atmosphärendruck etwa 20 ccm, entweichen. Die spektralanalytische Untersuchung des gewonnenen Gases zeigte, daß ich Helium von vorzüglicher Reinheit erhalten hatte, was auch durch die gute Übereinstimmung der Reibungsversuche bestätigt wurde, die ich früher mit dem ersten Helium und nun mit dem neu gewonnenen anstellte.

Der **Wasserstoff** wurde durch Elektrolyse aus verdünnter Schwefelsäure hergestellt. Ich verfuhr dabei wie E. Völker[5]), den ich daher ziemlich wörtlich anführe:

„Der Wasserzersetzungsapparat hatte die Gestalt eines U-Rohres, dessen Schenkel durch ein Diaphragma aus Ton getrennt waren. Dieses war mit Siegellack eingekittet, und außen befand sich noch eine Dichtung aus Klebwachs, die während des Entwicklungsvorganges mit Eis gekühlt wurde. Das Diaphragma verhinderte eine Diffusion der entstehenden Gase und gestattete bei Druckdifferenzen in den beiden Schenkeln nur ein langsames Nachgeben der Flüssigkeit. Als Zersetzungsflüssigkeit wurde eine etwa 10prozentige Schwefelsäure genommen. Der Strom wurde von Akkumulatoren der Institutsbatterie geliefert.“ Der entwickelte Wasserstoff wurde durch ein U-Rohr, welches mit konzentrierter Schwefelsäure getränkte Bimssteinstücke enthielt, und durch eine mit Phosphorpentoxyd gefüllte Röhre zum Trocknen geleitet. „Sämtliche Teile waren zusammengeblasen.“ Das verlängerte Ende der Trockenröhre tauchte in Form eines Gasentbindungsrohres in eine Quecksilberwanne. Um die Luft aus dem System zu vertreiben, wurde es ungefähr 10 Stunden mit Wasserstoff gespült; danach konnte ich reinen Wasserstoff auffangen.

Die Reinheit des Wasserstoffs wurde durch Analysen mit dem Hempelschen Apparat[6]) und durch spektralanalytische Untersuchung erwiesen. Eine weitere Gewähr dafür bot die gute Übereinstimmung des ermittelten Reibungskoeffizienten mit dem für Wasserstoff bereits bekannten.

---

[5]) E. Völker, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1910, S. 8, 9.

[6]) W. Hempel, Gasanalytische Methoden, 1900, S. 133 u. 157.

Um die Mischungen herzustellen, bediente ich mich der in Fig. 3 dargestellten Mischpipette, die durch Glasröhren in Verbindung steht:

1. durch Hahn 2 und 3 mit dem Reibungsapparat[7]) und der Luftpumpe,
2. durch 5″ mit der Heliumpipette,
3. durch 5′ und 6′ mit der Wasserstoffpipette,
4. durch 4 mit der über das Auslaßrohr der Sprengelpumpe gesetzten, aber wegen der großen Glasfeder G auch leicht davon abhebbaren Bürette B, und
5. durch 5′ und 6″ mit dem Reservoir R, in das die überschüssig werdenden Gase geleitet wurden.

Die Füllkugel F ist durch einen Gummistopfen luftdicht abgeschlossen, durch den hindurch die Enden zweier Glasröhren in das Innere von F führen und es durch Hahn 9 mit der Außenluft, durch 8 mit einer Wasserstrahlpumpe in Verbindung setzen können. Diese Vorrichtung ermöglicht es, die Quecksilbersäule in V, auch wenn dieses evakuiert ist, beliebig herabzusenken, indem F in tiefer Stellung selbst mit der Wasserstrahlpumpe genügenden Unterdruck erhält; beim Mischen kann man die Füllkugel in mittlerer Höhe stehen lassen und durch Auspumpen und Wiedereinlassen der Luft in F das Glas aus V herausdrücken und wiederansaugen. Neben dem weiteren Rohr V ist eine Marke M angebracht, auf die mit Hilfe des auch bei der Manometereichung benutzten Kathetometers (Messungsschärfe nahe $^1/_{100}$ mm) die Kuppe des Quecksilbers in V eingestellt werden kann, wozu nach der Rohreinstellung mit der Füllkugel die Klemme K mit Schraubenregulierung dient.

Die Gasmischungen wurden durch Synthese so hergestellt, daß dabei die Bestandteile scharf gemessen wurden, und zwar, wie es ja auch bei der Analyse mit dem Hempelschen Apparat geschieht, durch Druckmessungen bei genau konstantem Volumen.

Der Vorgang war folgender:

Nachdem alle Teile des Apparates mit Einschluß des Reibungsapparates bis heran an die geschlossenen Gaspipetten scharf evakuiert und auf Dichtigkeit genügend geprüft waren, wurde aus der Heliumpipette so viel Gas, wie ein Reibungsversuch erforderte (also nahezu der ganze Vorrat), in V eingelassen (2, 3, 4, 5′ zu, 5″ zuerst auf, nach dem Einlassen ebenfalls zu). Dann wurde das Quecksilber

[7]) 2 Zuleitungen zum Apparat: eine enge, möglichst kurze, um beim Einlassen des Gases keine zu große Menge in der Verbindung zu behalten, eine weitere, um bequem evakuieren zu können.

in V scharf auf die Marke M eingestellt, die Höhendifferenz $= P$ gegen die Hg-Kuppe in S, über der ebenfalls hohes Vakuum herrschte, gemessen und die Temperatur (auf $^1/_{100}{}^0$ C) abgelesen. Die Einstellung auf die Quecksilberkuppen, hinter die weißes Papier gesteckt war, war sehr scharf möglich; mehrere Messungen mit erneuter Einstellung auch des Quecksilbers auf M stimmten bis auf wenige hundertstel Millimeter überein. Darauf wurde das Helium (3 auf) in den Reibungsapparat gedrückt und zwar bei entsprechender Handhabung der Füllkugel und des Hahnes 3 so vollständig, daß dabei in V wieder Vakuum hergestellt wurde. Es sei erwähnt, daß, wenn V evakuiert war, der Meniskus in S um ca. 0,060 cm tiefer stand als der in V wegen der ungleichen Depression des Quecksilbers in den verschieden weiten Röhren. Diese Differenz wurde vor und nach jeder Druckmessung kontrolliert und dann bei dieser durch Addition zu dem gemessenen Höhenunterschied in Rechnung gesetzt.

Nun wurde aus der Wasserstoffpipette (6′, 5′ auf, alles andere zu) eine kleine Gasmenge in V eingeleitet. Um etwa 4 Proz. Wasserstoff in Mischung I zu haben, mußte die Höhe der Säule über M in S $= \frac{4}{96} P$ sein, was ich ungefähr einrichten konnte. Danach fand die genaue Einstellung und Messung (alle Hähne zu) statt.

War D_1 der Druck, t_1 die Temperatur für Helium
und D_2 - - t_2 - - - Wasserstoff,

so erhielt ich das Mischungsverhältnis:

$$He : H = D_1 : \frac{D_2}{1 + \alpha(t_2 - t_1)}.$$

War der Wasserstoff gemessen, so wurden beide Gase lange und gründlich mit der Mischpipette gemischt, indem die Gasmischung wiederholt aus dem Reibungsapparat in V angesogen und wieder zurückgedrückt wurde.

Bei den weiteren Mischungen wurde zunächst die Heliumpipette ihres Gasrestes, der in das Reservoir R geleitet wurde, entledigt und evakuiert, um danach die im Reibungsapparat befindliche Mischung aufzunehmen. Hierauf war der Verlauf der Herstellung der Mischungen wie bei der ersten, nur daß an die Stelle des Heliums jetzt bei der Mischung II die Mischung I trat und entsprechend bei den folgenden Mischungen immer die vorhergehende. Wenn ich dann nach der angeführten Formel rechnete, erhielt ich das Verhältnis der von der vorhergehenden Mischung weiter be-

nutzten Gasmenge M zu der neu hinzugefügten Wasserstoffmenge. Es sei dabei

$$M : H = d_1' : d_2'$$

erhalten.

War das Mischungsverhältnis in der vorhergehenden Mischung, z. B. M. I,

$$He : H = d_1 : d_2,$$

so wurde es nun in der darauffolgenden, also M. II:

$$He : H = d_1' - d_1' \frac{d_2}{d_1 + d_2} : d_2' + d_1' \frac{d_2}{d_1 + d_2}.$$

Mit peinlicher Sorgfalt wurden nacheinander die Mischungen I, II, IV, V, VI und VII, wie beschrieben, synthetisch hergestellt und gemessen. Die Mischung III war vorher bereits aus dem ersten Helium gewonnen. Ihr Mischungsverhältnis wurde nur durch Analyse bestimmt mit dem Hempelschen Apparat[8]), mit dem außerdem zur Kontrolle auch die Mischungen V, VI und VII analysiert wurden. Das Ergebnis erwies die Zuverlässigkeit der Synthesen und die Reinheit der Gase bis zur letzten Mischung[9]).

Das den Analysen dienende Gas wurde aus der Bürette B entnommen, in die es von V aus durch 4 oder auch durch das Auslaßrohr der Sprengelpumpe gebracht werden konnte. Durch B konnten auch — und das war namentlich bei reinem Helium, solange es knapp war, wertvoll — kleine Gasreste beim Auspumpen des Apparates wiedergewonnen und durch V nach beliebiger Stelle, z. B. in die Heliumpipette oder nach R, überführt werden.

Die erhaltenen Mischungszahlen sind bei den einzelnen Versuchsreihen aufgeführt, und zwar bedeuten sie dort in Volumenprozenten den Anteil jedes Gases an der Gesamtmischung.

---

[8]) W. Hempel, Gasanalytische Methoden, 3. Aufl., Braunschweig, 1900.

[9]) Mischung VII bestand auf Grund der Synthese aus 18,807 Proz. He und 81,193 Proz. H; auf Grund der Analyse aus 18,885 Proz. He uud 81,115 Proz. H.

Vorversuche mit Luft.

Um zu erkunden, ob der Apparat mit der neuen Kapillare brauchbare Resultate lieferte, wurden zunächst Versuche mit Luft angestellt. Die verwendete Luft war rein, trocken und von Kohlensäure befreit, denn sie war durch ein Bleirohr dem Garten des Instituts entnommen und durch Kalilauge, konzentrierte Schwefelsäure und ein Phosphorpentoxydrohr äußerst langsam in den Reibungsapparat geleitet, der vorher sorgsam getrocknet und evakuiert war.

Die Bedeutung der in der folgenden Zusammenstellung auftretenden Werte ist bei den Formeln für den Reibungskoeffizienten und die Gleitung angegeben im Kapitel: Berechnung der Versuche. Daneben findet man noch ΔT_2 und G; ΔT_2 bedeutet, wie schon bei den Korrektionen besprochen, die Differenz der Zimmertemperaturen zwischen Anfang und Ende eines Versuches. Da mit steigendem ΔT_2 die Unsicherheit der Resultate zunimmt, habe ich die Mittelbildungen nach Gewichten G vollzogen und dabei

für ΔT_2 von 0^0 bis $0{,}15^0$ C . . . . . G = 3,
- ΔT_2 - $0{,}15^0$ - $0{,}50^0$ C . . . . . G = 2,
- ΔT_2 - $0{,}50^0$ und höher . . . . . G = 1

gesetzt.

Vor jedem Versuch ist die Strömungsrichtung des Gases durch die Kapillare von rechts nach links durch r, von links nach rechts durch l angegeben. (Siehe Tabelle S. 32.)

Nimmt man aus beiden Werten für η das Mittel, so ist

$\eta_{19{,}83} = 1819{,}6 \times 10^{-7}$ und nach Sutherland mit C = 113 umgerechnet:

$$\eta_0 = \mathbf{1722{,}1} \times 10^{-7}.$$

H. Vogel[1]) hat kürzlich aus nahezu allen bisher für Luft nach den verschiedensten Methoden bestimmten Reibungskoeffizienten den wahrscheinlichsten zu bestimmen gesucht und fand:

$$\eta_0 = 1724 \times 10^{-7}\,^{2}).$$

Da er bei seiner Mittelbildung einige Ergebnisse aus Transpirationsversuchen, bei denen das unter Korrektionen besprochene ΔM vernachlässigt war, sicher etwas zu groß angenommen hat, so würde bei Einführung der korrigierten Werte sein η_0 noch etwas

[1]) H. Vogel, Inaug.-Diss., Berlin, 1914, S. 38.
[2]) Nach Millikan $\eta_0 = 1711 \times 10^{-7}$; Schultze $\eta_0 = 1737 \times 10^{-7}$.

$\Delta p \approx 10$ cm Hg.

	T′	T	Δp	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	22,06	21,80	10,056	88,543	75,22	2700	256,30	+ 0,80	1	1825,2
2. l	21,50	21,00	10,046	88,725	75,40	2700	257,55	+ 0,90	1	1813,4
3. l	21,64	21,27	10,046	88.735	75,41	2700	256,25	+ 0,60	1	1823,6
4. r	18,88	18,05	10,048	88,913	75,58	2700	259,53	+ 0,60	1	1798,8
5. r	18,87	18,20	10,048	88,273	74,94	2700	258,78	+ 1,30	1	1804,5
6. l	18,93	18,28	10,048	88,333	75,00	2700	258,20	+ 1,40	1	1808,8
Mittel:	20,31		10,049	88,587						1812,4

	Zur Gleitung bei 20,30° C
ϱ_1	$11{,}876 \times 10^{-10}$
p	1 061 300 Dynen/cm²
ζ	$0{,}08543 \times 10^{-4}$
R	0,006 048 3 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$10{,}24 \times 10^{-7}$
$\eta_{20,31}$	**$1822{,}6 \times 10^{-7}$**

$\Delta p \approx 5$ cm Hg.

1. l	19,35	19,15	5,014	83,371	75,07	2700	132,85	+ 0,40	2	1806,4
2. r	19,55	19,46	5,033	83,390	75,07	2700	133,36	+ 0,20	2	1804,4
3. r	19,16	18,64	5,033	83,492	75,17	2400	118,31	+ 1,10	1	1807,9
4. l	19,20	18,79	5,014	83,443	75,14	2400	117,90	+ 0,50	1	1808,1
Mittel:	13 96		5,024	83,410						1806,3

	Zur Gleitung bei 19,36° C
ϱ_1	$11{,}913 \times 10^{-10}$
p	1 049 500 Dynen/cm²
ζ	$0{,}08594 \times 10^{-4}$
R	0,006 048 3 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$10{,}27 \times 10^{-7}$
$\eta_{19,36}$	**$1816{,}6 \times 10^{-7}$**

kleiner werden. Demnach dürfte der von mir für Luft bestimmte Reibungskoeffizient zurzeit der wahrscheinlichste sein. Näher darauf einzugehen, würde nicht dem Zwecke dieser Arbeit entsprechen. Für den Apparat und die neue Kapillare aber ist nun die Brauchbarkeit genügend gewährleistet.

Versuche mit reinem Helium und reinem Wasserstoff.

Helium habe ich zunächst wie die Luft für Zimmertemperatur bei zwei wesentlich verschiedenen Druckdifferenzen untersucht, danach nur bei kleinerem Δp für 0° und 100° C. (Siehe Tab. S. 34 u. 35.)

Danach ist:

$$\eta_0 = 1892{,}5 \times 10^{-7} \quad \eta_{15} = 1961{,}1 \times 10^{-7} \quad \eta_{100} = 2340{,}8 \times 10^{-7}.$$

Zum Vergleich seien Schierlohs[1]) Versuchsergebnisse (Schultzes[2]) Helium war nicht ganz rein), auf die entsprechenden Temperaturen umgerechnet, angegeben: $\eta_{15} = 1962 \times 10^{-7}$, $\eta_{100} = 2338 \times 10^{-7}$.

Daß Schierlohs Resultate trotz der Vernachlässigung von ΔM so gut erscheinen, liegt bei Zimmertemperatur an den günstigen Versuchsbedingungen (wodurch ΔM verschwindend klein wird), bei Siedetemperatur aber an der Kompensation zweier Mängel, indem die wesentlich zu klein angesetzte Gleitung sogar mehr als ausgleichend dem fehlenden ΔM gegenüber wirkt.

Der Wasserstoff wurde nur bei Zimmertemperatur untersucht:

	T'	T	Δp	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	14,70	14,42	12,798	88,125	74,72	1200	300,16	+ 0,45	2	867.7
2. r	14,77	14,61	12,798	88,145	74,74	1200	299,72	+ 0,25	2	869,3
3. l	14,90	14,81	12,796	88,152	74,75	1200	300,39	+ 0,27	2	867.4
Mittel:	14,79		12,797	88,141						868,1

ϱ_1	$0{,}84073 \times 10^{-10}$
p	1026700 Dynen/cm²
ζ	$0{,}15892 \times 10^{-4}$
R	0,0060480 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$9{,}124 \times 10^{-7}$
$\eta_{14,79}$	$877{,}2 \times 10^{-7}$

[1]) Schierloh, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1908, S. 28.

[2]) H. Schultze, Ann. d. Physik, Bd. 6, 1901, S. 309.

Helium, rein.

$\Delta p \approx 5$ cm Hg.

	T′	T	Δp	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	13,76	13,58	5,017	84,548	76,23	2700	125,23	+ 0,55	1	1920,1
2. r	13,10	13,20	5,036	84,317	75,98	2700	125,54	+ 0,55	1	1924,4
3. r	13,16	13,40	5,036	84,277	75,94	5400	251,50	+ 0,00	3	1922,1
Mittel:	13,27		5,032	84,339						1922,2

ϱ_1	$1{,}6654 \times 10^{-10}$
p	1061700 Dynen/cm²
ζ	$0{,}24178 \times 10^{-4}$
R	0,0060481 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$30{,}74 \times 10^{-7}$
$\eta_{13,27}$	$\mathbf{1952.9 \times 10^{-7}}$

$\Delta p \approx 12{,}8$ cm Hg.

1. r	13,61	13,00	12,802	87,319	73,91	1800	203,09	+ 1,30	1	1921,5
2. r	13,60	13,28	12,800	87,317	73,91	1800	203,11	+ 0,60	1	1922,3
3. l	13,33	13,10	12,810	89,377	75,95	1800	203,37	+ 0,50	1	1925,4
4. l	13,43	13,45	12,808	89,335	75,91	1800	203,81	+ 0,40	2	1922,5
Mittel:	13,48		12,806	88,537						1922,8

ϱ_1	$1{,}6642 \times 10^{-10}$
p	1031800 Dynen/cm²
ζ	$0{,}24895 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$31{,}64 \times 10^{-7}$
$\eta_{13,48}$	$\mathbf{1954{,}4 \times 10^{-7}}$
Mittel: $\eta_{13,37}$	$\mathbf{1953{,}6 \times 10^{-7}}$

$T' \approx 0^\circ$ C.

	T'	T	Δp	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	0	14,20	5,017	84,407	76,09	2700	135,80	+ 0,50	1	1863,1
2. r	0	14,45	5,036	84,395	76,06	2700	136,21	+ 0,30	2	1865,9
3. r	0	13,90	5,036	84,095	75,76	2700	136,09	+ 0,10	3	1863,8
4. l	0	14,05	5,017	84,036	75,72	2700	135,70	+ 0,70	1	1863,2
Mittel:	0		5,031	84,217						1864,2

ϱ_1	$1{,}7469 \times 10^{-10}$
p	1060100 Dynen/cm²
ζ	$0{,}22930 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$28{,}27 \times 10^{-7}$
η_0	$\mathbf{1892{,}5 \times 10^{-7}}$

$T' \approx 100^\circ$ C.

1. r	100,05	13,69	5,035	84,480	76,15	2700	81,27	+ 1,42	1	2285,8
2. l	100,05	14,40	5,016	84,461	76,15	2700	81,02	+ 0,61	1	2290,3
3. l	100,05	14,80	5,015	84,428	76,12	2700	80,87	+ 0,60	1	2298,3
Mittel:	100,05		5,022	84,456						2291,3

ϱ_1	$1{,}2783 \times 10^{-10}$
p	1063400 Dynen/cm²
ζ	$0{,}32845 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$49{,}74 \times 10^{-7}$
$\eta_{100,05}$	$\mathbf{2341{,}0 \times 10^{-7}}$

Markowski[3]) fand bei seinen Reibungsversuchen mit Wasserstoff:

$$\eta_{14,5} = 877 \times 10^{-7}.$$

Wegen dieser guten Übereinstimmung mit dem von mir gefundenen Wert, ferner wegen seiner günstigen Versuchsbedingungen (großes M ca. 257 g bei kleinem t (= 900 sec.) und nur mäßiger Temperaturbewegung), und da die Ungenauigkeit in der Gleitung hier nur sehr klein bleibt, habe ich auch für η_0 und η_{100} die Werte von Markowski übernommen, $\eta_0 = 841 \times 10^{-7}$, $\eta_{100,5} = 1046 \times 10^{7-}$; auch seine Kohäsionskonstante C = 83 schließt sich durchaus passend an die Werte meiner Mischungen an.

[3]) Markowski, Inaug.-Diss., Halle a. S., 1903.

Die Mischungen zwischen Helium und Wasserstoff.

Mischung I.

96,094 Proz. He 3,906 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	0	11,91	12,794	89,781	76,37	1800	223,65	+ 0,50	1	1826,9
2. r	0	12,20	12,792	89,769	76,36	1800	224,92	+ 0,60	1	1818,2
3. l	0	12,65	12,790	89,757	76,35	1800	224,67	+ 0,33	2	1822,7
4. l	0	12,95	12,790	89,737	76,33	1800	224,99	+ 0,34	2	1821,9
Mittel:	0		12,791	89,756						1822,4

ϱ_1	$1{,}7133 \times 10^{-10}$
p	1048900 Dynen/cm²
ζ	$0{,}22876 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$27{,}58 \times 10^{-7}$
η_0	$\mathbf{1850{,}0 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	16,18	11,96	12,792	89,959	76,55	1800	204,94	+ 0,32	2	1883,4
2. l	15,85	12,28	12,792	89,979	76,57	1800	204,64	+ 0,48	2	1890,3
3. l	15,61	12,61	12,792	89,989	76,58	1800	205,13	+ 0,51	1	1889,5
Mittel:	15,93		12,792	89,973						1887,4

ϱ_1	$1{,}6188 \times 10^{-10}$
p	1050800 Dynen/cm²
ζ	$0{,}24300 \times 10^{-4}$
R	0,0060481 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$30{,}33 \times 10^{-7}$
$\eta_{15,93}$	$\mathbf{1917{,}7 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	100,21	13,71	12,786	89,982	76,58	1440	107,17	+ 0,40	2	2249,0
2. l	100,22	14,37	12,786	89,992	76,59	1800	134,88	+ 0,69	1	2238,6
3. r	100,22	15,50	12,782	89,997	76,60	1800	135,30	+ 0,80	1	2239,1
4. r	100,22	16,30	12,782	90,007	76,61	1800	135,95	+ 0,69	1	2234,3
Mittel:	100,22		12,784	89,992						2242,0

ϱ_1	$1{,}2531 \times 10^{-10}$
p	1051100 Dynen/cm²
ζ	$0{,}32838 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$48{,}66 \times 10^{-7}$
$\eta_{100,22}$	$\mathbf{2290{,}7 \times 10^{-7}}$

Mischung II.

89,569 Proz. He 10,431 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	0	15,44	12,788	89,845	76,44	1800	238,79	+ 0,39	2	1730,6
2. r	0	15,48	12,788	89,835	76,43	1800	237,95	+ 0,34	2	1736,9
3. l	0	15,76	12,788	89,815	76,41	1800	238,08	+ 0,59	1	1737,6
4. l	0	15,96	12,786	89,782	76,38	1800	238,85	+ 0,80	1	1732,8
Mittel:	0		12,788	89,826						1734,2

ϱ_1	$1{,}6571 \times 10^{10}$
p	1048900 Dynen/cm²
ζ	$0{,}22134 \times 10^{-7}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$25{,}39 \times 10^{-7}$
η_0	$\mathbf{1759{,}6 \times 10^{-7}}$

1. l	12,40	15,28	12,788	89,965	76,56	1200	146,53	+ 0,20	2	1798,2
2. l	12,65	15,34	12,788	89,945	76,54	1800	220,55	+ 0,08	3	1790,8
3. l	12,84	15,38	12,790	89,927	76,52	1800	220,10	+ 0,33	2	1793,7
Mittel:	12,63		12,788	89,945						1793,7

ϱ_1	$1{,}5835 \times 10^{-10}$
p	1050500 Dynen/cm²
ζ	$0{,}23385 \times 10^{-4}$
R	0,0060480 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$27{,}74 \times 10^{7}$
$\eta_{12,63}$	$\mathbf{1821{,}4 \times 10^{-7}}$

1. r	100,03	14,33	12,788	89,475	76,07	1800	140,01	+ 1,20	1	2161,6
2. r	100,03	15,01	12,786	89,482	76,08	1800	140,15	+ 0,20	2	2158,9
3. l	100,03	15,06	12,786	89,472	76,07	1800	139,86	− 0,11	3	2163,8
4. l	100,01	15,50	12,786	89,432	76,03	1800	140,98	+ 0,40	2	2149,8
5. l	100,00	15,95	12,786	89,412	76,01	1800	140,81	+ 0,40	2	2155,6
Mittel:	100,02		12,786	89,454						2158,2

ϱ_1	$1{,}2127 \times 10^{-10}$
p	1044100 Dynen/cm²
ζ	$0{,}3235 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$45{,}09 \times 10^{-7}$
$\eta_{100,02}$	$\mathbf{2203{,}3 \times 10^{-7}}$

Mischung III.

86,40 Proz. He 13,60 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	0,0	15,60	13,340	88,750	75,41	1860	259,70	+ 0,10	3	1708,9
2. r	0,0	16,10	13,340	88,730	75,39	1860	260,20	+ 0,20	2	1708,3
3. r	0,0	16,21	13,344	88,764	75,42	1860	260,00	— 2,50	1	1710,8
4. r	0,0	16,73	13,339	88,419	75,08	1800	252,65	— 0,10	3	1705,5
5. r	0,0	16,85	13,340	88,380	75,04	1800	252,82	— 0,20	2	1705,1
Mittel:	0,0		13,341	88,590						1707,3

ϱ_1	$1{,}6298 \times 10^{10}$
p	1026100 Dynen/cm²
ζ	$0{,}2246 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$25{,}36 \times 10^{7}$
η_0	$\mathbf{1732{,}7 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	16,75	16,19	13,339	89,699	76,36	2100	268,12	+ 0,60	2	1766,2
2. r	16,95	17,00	13,339	89,679	76,34	1800	230,35	+ 0,50	1	1765,5
3. r	16,92	17,00	13,339	89,669	76,33	1800	230,75	+ 0,30	2	1762,7
Mittel:	16,86		13,339	89,683						1764,7

ϱ_1	$1{,}5349 \times 10^{10}$
p	1041400 Dynen/cm²
ζ	$0{,}2412 \times 10^{-4}$
R	0,0060482 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$28{,}15 \times 10^{-7}$
$\eta_{16,86}$	$\mathbf{1792{,}9 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	100,07	18,19	13,337	89,527	76,19	1800	151,60	+ 1,00	1	2096,7
2. r	100,05	18,60	13,335	89,485	76,15	1860	155,77	+ 0,01	3	2110,8
3. r	100,04	19,21	13,333	89,453	76,12	1800	150,30	+ 2,00	1	2121,2
4. r	100,04	19,82	13,329	89,439	76,11	1800	150,96	+ 0,90	1	2115,5
Mittel:	100,05		13,334	89,479						2111,0

ϱ_1	$1{,}1926 \times 10^{-10}$
p	1038800 Dynen/cm²
ζ	$0{,}32069 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$44{,}74 \times 10^{-7}$
$\eta_{100,05}$	$\mathbf{2155{,}7 \times 10^{-7}}$

Mischung IV.

75,087 Proz. He 24,913 Proz. H.

	T′	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	0,0	15,38	12,790	89,187	75,78	1200	173,87	+ 0,22	2	1583,6
2. l	0,0	15,41	12,790	89,177	75,77	1800	261,74	+ 0,17	2	1578,1
3. r	0,0	15,51	12,788	89,125	75,72	1800	261,64	+ 0,15	3	1578,9
4. r	0,0	15,58	12,790	89,047	75,64	1800	260,79	+ 0,21	2	1584,6
Mittel:	0,0		12,789	89,133						1581,0

ϱ_1	$1{,}5325 \times 10^{-10}$
p	1039800 Dynen/cm²
ζ	$0{,}21188 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$22{,}16 \times 10^{-7}$
η_0	$\mathbf{1603{,}2 \times 10^{-7}}$

1. r	16,42	15,74	12,783	88,945	75,54	1800	239,04	+ 0,50	2	1631,7
2. r	16,06	15,90	12,786	88,932	75,53	1800	238,82	+ 1,33	1	1635,8
3. r	15,81	16,25	12,784	88,920	75,52	1800	239,80	± 0,0	3	1631,0
4. r	15,67	16,59	12,784	88,920	75,52	1800	239,96	+ 0,19	2	1633,4
Mittel:	15,96		12,785	88,928						1632,1

ϱ_1	$1{,}4485 \times 10^{-10}$
p	1037200 Dynen/cm²
ζ	$0{,}22538 \times 10^{-4}$
R	0,0060481 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$24{,}33 \times 10^{-7}$
$\eta_{15,96}$	$\mathbf{1656{,}7 \times 10^{-7}}$

1. r	99,67	14,81	12,786	88,482	75,08	1800	155,25	+ 0,54	1	1947,9
2. r	99,67	15,16	12,786	88,492	75,09	1800	155,96	+ 0,41	2	1941,1
3. r	99,67	15,57	12,784	88,490	75,09	1800	156,23	+ 0,63	1	1940,4
4. l	99,66	16,00	12,784	88,470	75,07	1800	155,66	+ 0,28	2	1950,3
Mittel:	99,67		12,785	88,483						1945,2

ϱ_1	$1{,}1224 \times 10^{-10}$
p	1031300 Dynen/cm²
ζ	$0{,}30682 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$39{,}45 \times 10^{-7}$
$\eta_{99,67}$	$\mathbf{1984{,}7 \times 10^{-7}}$

Mischung V.

59,716 Proz. He 40,284 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	0,0	16,40	12,786	89,242	75,80	1500	243,31	+ 0,28	2	1418,9
2. l	0,0	16,50	12,786	89,172	75,77	1500	244,21	± 0,0	3	1414,0
3. l	0,0	16,61	12,786	89,172	75,77	1500	245,43	− 0,49	2	1407,5
4. l	0,18	16,66	12,786	89,112	75,71	1500	244,96	+ 0,71	1	1409,5
Mittel:	0,04		12,786	89,182						1413,0

ϱ_1	1.4000×10^{-10}
p	1040500 Dynen/cm²
ζ	$0{,}18890 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$17{,}66 \times 10^{-7}$
$\eta_{0.04}$	$\mathbf{1430{,}7 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	14,92	16,90	12,784	89,080	75,68	1500	225,45	+ 0,98	1	1454,5
2. l	14,70	17,10	12,784	89,090	75,69	1440	216,67	− 0,30	2	1454,6
3. r	14,52	17,15	12,784	89,100	75,70	1500	225,66	+ 0,38	2	1456,3
Mittel:	14,67		12,784	89,092						1455,3

ϱ_1	$1{,}3288 \times 10^{-10}$
p	1039300 Dynen/cm²
ζ	$0{,}20934 \times 10^{-4}$
R	0,0060481 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$20{,}15 \times 10^{-7}$
$\eta_{14.67}$	$\mathbf{1475{,}5 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	99,82	16,16[a]	12,784	88,910	75,51	1800	173,30	+ 1,10	1	1752,5
2. l	99,80	16,53	12,784	88,860	75,46	1500	144,31	+ 0,10	3	1755,9
3. l	99,80	17,04	12,782	88,847	75,45	1800	173,89	+ 0,69	1	1751,4
4. r	99,79	17,48	12,782	88,827	75,43	1800	174,99	+ 0,49	2	1742,8
5. r	99,79	17,94	12,780	88,814	75,42	1800	174,52	+ 0,10	3	1749,8
Mittel:	99,80		12,782	88,843						1750,7

ϱ_1	$1{,}0252 \times 10^{-10}$
p	1036100 Dynen/cm²
ζ	$0{,}28761 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$33{,}28 \times 10^{-7}$
$\eta_{99,80}$	$\mathbf{1784{,}0 \times 10^{-7}}$

Mischung VI.

39,857 Proz. He 60,143 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	0,0	15,21	12,792	89,359	75,95	1200	227,28	+ 1,10	1	1211,1
2. l	0,0	15,30	12,788	89,385	75,98	1200	228,78	+ 0,80	1	1204,2
3. r	0,0	15,39	12,781	89,360	75,96	1200	227,04	+ 0,21	2	1211,3
4. r	0,15	15,49	12,788	89,375	75,97	1200	226,05	+ 0,23	2	1217,9
Mittel:	0,04		12,787	89,352						1212,3

ϱ_1	$1{,}2291 \times 10^{-10}$
p	1042700 Dynen/cm²
ζ	$0{,}18073 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$14{,}49 \times 10^{-7}$
$\eta_{0,04}$	$\mathbf{1226{,}8 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	14,87	15,95	12,786	89,392	75,99	1200	208,98	+ 0,35	2	1252,1
2. l	14,96	16,06	12,786	89,412	76,01	1200	209,67	+ 0,10	3	1248,1
3. r	15,12	16,12	12,786	89,422	76,02	1200	208,95	+ 0.21	2	1251,9
4. r	15,19	16,25	12,786	89,412	76,01	1200	209,60	+ 0,30	2	1246,4
Mittel:	15,03		12,786	89,410						1249,5

ϱ_1	$1{,}1652 \times 10^{-10}$
p	1043500 Dynen/cm²
ζ	$0{,}19127 \times 10^{-4}$
R	0,0060481 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$15{,}81 \times 10^{-7}$
$\eta_{15,03}$	$\mathbf{1265{,}3 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	100,08	17,49	12,782	89,637	76,24	1800	204,10	+ 0,20	2	1494,2
2. l	100,08	17,85	12,782	89,647	76,25	1800	204,16	+ 0,10	3	1495,6
3. r	100,09	18,20	12,780	89,654	76,26	1800	204,04	+ 0,11	3	1497,9
4. r	100,09	18,59	12,780	89,644	76,25	1800	205,28	+ 0,19	2	1490,7
5. r	100,09	18,90	12,777	89,641	76,25	1800	205,97	+ 0,19	2	1486,9
Mittel:	100,09			89,646						1493,7

ϱ_1	$0{,}8994 \times 10^{-10}$
p	1046600 Dynen/cm²
ζ	$0{,}24327 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	24,02
$\eta_{100,09}$	$\mathbf{1517{,}7 \times 10^{-7}}$

Mischung VII.

18,807 Proz. He 81,193 Proz. H.

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	0,0	15,80	12,788	89,785	76,38	900	201,88	+ 0,30	2	1009,7
2. l	0,0	15,87	12,788	89,785	76,38	900	205,99	+ 0,48	2	1004,4
3. r	0,0	15,95	12,786	89,822	76,42	900	206,59	+ 0,30	2	1001,7
4. r	0,0	16,08	12,786	89,852	76,45	900	205,51	+ 0,21	2	1007,4
Mittel:	0,0		12,787	89,811						1005,8

ϱ	$1{,}0481 \times 10^{-10}$
p	1048700 Dynen/cm²
ζ	$0{,}16145 \times 10^{-4}$
R	0,0060473 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$10{,}74 \times 10^{7}$
η_0	$\mathbf{1016{,}5 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. l	17,35	16,47	12,786	89,772	76,37	900	186,13	+ 0,51	1	1053,4
2. r	17,14	16,59	12,781	89,770	76,37	900	186,84	+ 0,49	2	1044,6
3. l	16,93	16,71	12,784	89,850	76,45	900	186,46	+ 0,31	2	1048,0
4. r	16,77	16,82	12,784	89,800	76,40	900	186,30	+ 0,40	2	1049,7
Mittel:	17,00		12,784	89,801						1048,3

ϱ_1	$0{,}9867 \times 10^{-10}$
p	1048700 Dynen/cm²
ζ	$0{,}17033 \times 10^{-4}$
R	0,0060482 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$11{,}81 \times 10^{7}$
$\eta_{17,0}$	$\mathbf{1060{,}1 \times 10^{-7}}$

	T'	T	Δ p	P_1	P	t	M	ΔT_2	G	$\eta' \times 10^7$
1. r	100,15	17,43	12,782	89,787	76,39	1800	243,79	+ 0,40	2	1250,6
2. r	100,15	17,81	12,782	89,797	76,40	1800	244,15	+ 0,09	3	1250,3
3. r	100,15	18,19	12,782	89,797	76,40	1800	244,96	− 0,13	3	1247,7
4. r	100,15	18,49	12,782	89,807	76,41	1800	245,90	+ 0,29	2	1244,1
Mittel:	100,15			89,797						1248,3

ϱ_1	$0{,}7668 \times 10^{-10}$
p	1048600 Dynen/cm²
ζ	$0{,}20261 \times 10^{-4}$
R	0,0060521 cm
$\frac{4\zeta\eta'}{R}$	$16{,}72 \times 10^{-7}$
$\eta_{100,15}$	$\mathbf{1265{,}0 \times 10^{7}}$

Die Zusammenstellung der Ergebnisse für 0°, 15° und 100° findet sich im nächsten Kapitel.

Anwendung der Formeln von Sutherland, Puluj und Thiesen.

Um namentlich die Reibungskoeffizienten für Zimmertemperatur einheitlich für 15° bekommen zu können, berechnete ich nun für jede Mischung die Kohäsionskonstante C unter Ausgleichung mit dem einen überschüssigen η.

Die Formel von

Sutherland

lautet:

$$\eta_\vartheta = \eta_0 \frac{1 + \alpha C}{1 + \frac{C}{\theta}} \sqrt{1 + \alpha \vartheta},$$

worin C die Kohäsionskonstante, ϑ die Temperatur in Celsiusgraden (gleich unserem T') und θ die absolute Temperatur bedeuten. Die Werte, die ich daraus erhielt für η_0, (η) Zimmertemperatur und (η) Siedetemperatur des Wassers, seien in der folgenden Tabelle den beobachteten Reibungskoeffizienten gegenübergestellt.

Proz. He	Proz. H	C	$\eta \cdot 10^7$ berechnet	$\eta \cdot 10^7$ beobachtet	ϑ (T')	Differenz in Proz.
100,000	0,000	71,4	1890,9	1892,5	0,0	+ 0,08
			1954,6	1953,6	13,37	— 0,05
			2340,8	2341,0	100,05	+ 0,01
96,094	3,906	73,9	1846,0	1850,0	0,0	+ 0,22
			1921,7	1917,7	15,93	— 0,21
			2289,5	2290,7	100,22	+ 0,05
89,569	10,431	89,8	1760.0	1759,6	0,0	— 0,02
			1820,2	1821,4	12,63	+ 0,07
			2203,6	2203,3	100,02	— 0,01
86,40	13,60	85,7	1723,5	1732,7	0,0	+ 0,53
			1801,0	1792,9	16,86	— 0,45
			2152,7	2155,7	100,05	+ 0,14
75,087	24,913	77,8	1597,1	1603,2	0,0	+ 0,38
			1663,5	1656,7	15,86	— 0,41
			1983,5	1984,7	99,67	+ 0,06

Proz. He	Proz. H	C	$\eta \cdot 10^7$ berechnet	$\eta \cdot 10^7$ beobachtet	ϑ (T')	Differenz in Proz.
59,716	40,284	87,75	1425,2	1430,6	0,0	+ 0,38
			1481,4	1475,5	14,67	— 0,40
			1782,3	1784,0	99,80	+ 0,10
39,857	60,143	75,5	1222,4	1226,7	0,0	+ 0,35
			1270,0	1265,3	15,03	— 0,37
			1517,3	1517,7	100,09	+ 0,03
18,807	81,193	80,63	1015,6	1016,5	0,0	+ 0,09
			1060,9	1060,1	17,0	— 0,08
			1264,8	1265,0	100,15	+ 0,02
0,000	100,000	83,0	841,0	—	0,0	—
			874,0	877,2	14,79	+ 0,36
			1049,5	1046,0	100,5	— 0,33

Trotz der geringfügigen Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Werten tritt doch eine merkwürdige Regelmäßigkeit zutage. Das wird noch deutlicher der Fall, wenn ich aus den für 0° und 100° beobachteten Werten C und daraus η für Zimmertemperatur berechne. Dann zeigt sich in den Abweichungen, von Mischung II abgesehen, ein so regelmäßiger Gang, wie er sich aus den Versuchsbedingungen in keiner Weise erklären läßt. Die erhaltenen Differenzen zwischen berechneten und beobachteten η für Zimmertemperatur sind nämlich:

Für	He (rein)	Mischung I	II	III	IV	V	VI	VII	H (rein)
In Einheiten der 4. Ziffer	+ 1,5	+ 7,5	— 1,5	+ 16,2	+ 12,1	+ 10,7	+ 8,3	+ 1,6	— 3,6

Das läßt eine Deutung zu. Bei allen bisherigen Anwendungen der Sutherlandschen Formel hat sich gezeigt, daß diese für höhere Temperaturen geradezu regelmäßig Gültigkeit hat, dagegen für tiefere Temperaturen mehr und mehr versagt. Die Temperaturgrenze ist dabei eine für die verschiedenen Gase verschiedene; während Zimmer[1]) bei Äthylen diese Grenze schon bei — 20° ziehen mußte, hat sie

[1]) O. Zimmer, Inaug.-Diss., Halle a. d. S., 1911, S. 16.

W. Kopsch[2]) für Wasserstoff bis — 80° ausdehnen können. Ich ziehe nun aus der Regelmäßigkeit, mit der die angegebenen Differenzen sich bis zu einem Maximum in den Mischungen III und IV erheben, den Schluß, daß die Gültigkeitsgrenze der Sutherlandschen Formel für Mischungen zwischen Helium und Wasserstoff bei einem mittleren Mischungsverhältnis mit etwas überwiegendem Heliumgehalt am höchsten, nämlich nahe bei 0°, liegt, und daß diese Grenze sich bei Annäherung an die reinen Gase mehr und mehr bis zu den für diese wesentlich tieferliegenden Temperaturgrenzen erweitert. Es sei noch darauf hingewiesen, daß die zu diesem Schluß führenden Abweichungen auch wirklich in dem richtigen Sinne auftreten. Nach den Untersuchungen für tiefe Temperaturen hat sich nämlich gezeigt, daß die Sutherlandsche Formel für die Temperaturen, bei denen sie ihre strenge Gültigkeit verliert, die Veränderlichkeit des Reibungskoeffizienten mit der Temperatur zu groß angibt, so daß man also, von einem bestimmten η, z. B. η_0, ausgehend, für tiefere Temperaturen kleinere, für höhere Temperaturen größere Reibungskoeffizienten als die beobachteten enthält, also ganz so, wie es sich in meinen Abweichungen zeigt.

Nach der Bestimmung der Kohäsionskonstanten C konnten nun meine Beobachtungsergebnisse, wo noch nötig, für 0°, 15° und 100° genau umgerechnet werden. Die Sutherlandsche Beziehung benutzte ich dabei in der Form:

$$\eta_\tau = \eta_\vartheta \frac{\left(1 + \frac{C}{\theta}\right)\sqrt{1 + \alpha\tau}}{\left(1 + \frac{C}{T}\right)\sqrt{1 + \alpha\vartheta}},$$

worin ϑ die Versuchstemperatur, τ hier 0°, 15° oder 100° und die großen Buchstaben θ und T die den kleinen entsprechenden absoluten Temperaturen bedeuten. Die so erhaltenen Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; sie haben wegen der nur kleinen Differenzen zwischen ϑ und τ die Geltung von Beobachtungswerten und sind weiterhin auch als solche benutzt. (Siehe Tabelle S. 47.)

Diese Reibungskoeffizienten habe ich als Ordinaten und den dazugehörigen Prozentgehalt an Wasserstoff als Abszissen auf Koordinatenpapier aufgetragen (siehe Tafel II). Vergleicht man die so erhaltenen Kurven mit denen aus den bisher untersuchten wasserstoffhaltigen Mischungen, so fällt ein wesentlicher Unterschied sofort ins Auge. Dort, beim Zufügen von Wasserstoff, sei es zu Kohlensäure,

[2]) W. Kopsch, Inaug.-Diss., Halle a. d. S., 1909, S. 33.

Mischung	Proz. H	$\eta_0 \times 10^7$	$\eta_{15} \times 10^7$	$\eta_{100} \times 10^7$
He (rein) .	0,000	1892,5	1961,1	2340,8
I	3,906	1850,0	1913,3	2289,7
II	10,431	1759,6	1831,9	2203,2
III	13,60	1732,7	1784,6	2155,5
IV	24,913	1603,2	1652,8	1986,0
V	40,284	1430,6	1476,9	1784,7
VI	60,143	1226,7	1265,2	1517,4
VII	81,193	1016,5	1054,8	1264,6
H (rein) . .	100,000	841,0	877,6	1045,0

Stickstoff oder Sauerstoff, wurde der Reibungskoeffizient der Gase trotz des sehr viel kleineren von Wasserstoff anfänglich sogar erhöht und blieb bei weiterem Zufügen immer so unverhältnismäßig groß, daß die Kurven eine ausgeprägt konvexe Krümmung nach oben zeigten. Hier ist der Einfluß nahezu entgegengesetzt. Kommt es auch zu keinem Minimum, so sind meine Kurven doch deutlich nach oben konkav, der Reibungskoeffizient von Helium wird also durch Zutun von Wasserstoff unverhältnismäßig verkleinert. Ein solches Verhalten tritt damit bei Mischungen überhaupt zum ersten Male mit aller Deutlichkeit hervor. Erkannt hätte es bereits durch die Formel von

Puluj

werden können, die auch das Verhalten aller bisher untersuchten Mischungen der Richtung nach, wenn auch in den Zahlenwerten oft sehr ungenau, richtig zum Ausdruck brachte.

Die Formel lautet:

$$\eta = \eta_1 \frac{\sqrt{p_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot p_2}}{\left[p_1 + \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\right)^{3/2} \cdot p_2\right]^{2/3}}.$$

Hierin bedeutet η den Reibungskoeffizienten der Mischung, deren reine Gase die Reibungskoeffizienten η_1 und η_2, die Partialdrucke p_1 und p_2 ($p_1 + p_2 = 1$) und die Molekulargewichte m_1 und m_2 haben. In der Tabelle S. 48 stelle ich die nach Puluj berechneten und die beobachteten η für meine Mischungen nebeneinander.

Man sieht, daß die Differenzen bis etwas über 6 Proz. hinausgehen, und daß infolgedessen die Pulujsche Formel sich zur Berechnung der Reibungskoeffizienten von Helium-Wasserstoffgemischen

m_1 (He) = 3,96[3]) m_2 (H) = 2,012.

	p_1 (He)	p_2 (H)	$\eta \times 10^7$ beobachtet	$\eta \times 10^7$ berechnet	Differenz
			0°		
He (rein) . .	1,00000	0,00000	1892,5	1892,5	0,0
Mischung I	0,96094	0,03906	1850,0	1825,6	24,4
- II	0,89569	0,10431	1759,6	1722,0	37,6
- III	0,8640	0.1360	1732,7	1675,1	57.6
- IV	0,75087	0,24913	1603,2	1522,3	80,9
- V	0,59716	0,40284	1430,6	1344,4	86,2
- VI	0,39857	0,60143	1226.7	1151,3	75,4
- VII	0,18807	0,81193	1016,5	977,8	38,7
H (rein). . .	0,00000	1,00000	841,0	841,0	0,0
			15°		
He (rein) . .	1,00000	0,00000	1961,1	1961,1	0,0
Mischung I	0,96094	0,03906	1913,3	1893,0	20,3
- II	0,89569	0,10431	1831,9	1787,0	44.9
- III	0,8640	0,1360	1784,6	1738,9	45,7
- IV	0,75087	0,24913	1652,8	1582,0	70,8
- V	0,59716	0,40284	1476,9	1399,0	77,9
- VI	0,39857	0,60143	1265,2	1199,5	65,7
- VII	0,18807	0,81193	1054,8	1019,7	35,1
H (rein). . .	0,00000	1,00000	877,6	877,6	0,0
			100°		
He (rein) . .	1,00000	0,00000	2340,8	2340,8	0,0
Mischung I	0,96094	0,03906	2289,7	2259,0	30,7
- II	0,89569	0,10431	2203,2	2132,2	71,0
- III	0,8640	0,1360	2155,5	2074,6	80,9
- IV	0,75087	0,24913	1986,0	1887,0	99,0
- V	0,59716	0,40284	1784,7	1668,3	116,4
- VI	0,39857	0,60143	1517,4	1430,0	87,4
- VII	0,18807	0,81193	1264,6	1215,4	49,2
H (rein). . .	0,00000	1,00000	1045,0	1045,0	0,0

nicht eignet. Trotzdem scheint mir diese Formel ihren Wert nicht zu verlieren, sondern Aussicht zu haben, durch eine geeignete Ver-

[3]) Der neueste Wert ist 4,00. Die Einführung würde aber nur an den mittleren Mischungen etwas ändern, im Maximum etwa 5 Einheiten der 4. Ziffer, was für unsere Betrachtung belanglos bleibt.

besserung brauchbar zu werden. Vergleicht man nämlich die Abweichungen zwischen den beobachteten und den nach Puluj berechneten Werten bei Kleint, Tänzler und mir, so bemerkt man eine Regelmäßigkeit in der Richtung der Abweichungen. Trägt man wie ich in Tafel II die Pulujschen Resultate neben die beobachteten auf, so zeigen sie im Zusammenhang eine Kurve, die die konvexe oder konkave Krümmung der Beobachtungskurve in verstärktem Maße zeigt. Daher müßte an der Übergangsstelle von der einen Krümmung in die andere, wo also für das Verhalten der Mischungen ein linearer Verlauf gefunden wird, eine Übereinstimmung der nach Puluj berechneten und der beobachteten Werte erwartet werden. In der Tat sehen wir bei Kleints Mischungen zwischen Stickstoff und Sauerstoff, bei denen das graphische Bild der Geraden am nächsten kommt, auch die beste Übereinstimmung.

Besser als die Formel Pulujs zeigte sich bisher die von

Thiesen

für die Berechnung der Reibungskoeffizienten von Mischungen geeignet. Die von Thiesen[4]) angegebene Beziehung lautet:

$$\eta = \frac{\eta_1}{1 + \frac{a_{12}}{a_{11}} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1}} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{a_{21}}{a_{22}} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_2}},$$

worin η den Reibungskoeffizienten eines Gasgemisches, η_1 und η_2 diejenigen der reinen Gase, φ_1 und φ_2 deren Volumenprozente in der betreffenden Mischung bedeuten. Die Größe a_{11}, a_{12}, a_{21} und a_{22} sind Konstanten, die zu bestimmen sind, wobei es genügt

$$A = \frac{a_{12}}{a_{11}} \text{ und } B = \frac{a_{21}}{a_{22}}$$

zu ermitteln, und zwar im vorliegenden Falle für die Temperaturen 0°, 15° und 100°. Da zur Berechnung von A und B eine Reihe überschüssiger Beobachtungen vorlag, so konnten sie einem Ausgleich unterworfen werden. Die mit den erhaltenen Werten für A und B nach Thiesen berechneten Reibungskoeffizienten der Mischungen habe ich in der Tabelle S. 50 den beobachteten gegenübergestellt.

Die Thiesensche Formel erweist sich also auch hier, wie schon bei Kleint und Tänzler, als brauchbar, um mit Hilfe der gefundenen

---

[4]) Thiesen, Verhandlungen der Deutschen Physik. Gesellschaft, IV. Jahrg., 1902, Nr. 15, S. 357, 358.

0°

A = 1,170 B = 0,847

Mischung	r_1 (He)	r_2 (H)	$\eta \times 10^7$ beobachtet	$\eta \times 10^7$ berechnet	Differenz in Proz.
He (rein) . .	100,000	0,000	1892,5	1892,5	± 0
Mischung I	96,094	3,906	1850,0	1845,1	+ 0,27
- II	89,569	10,431	1759,6	1767,3	— 0,44
- III	86,40	13,60	1732,7	1730,0	+ 0,16
- IV	75,087	24,913	1603,2	1600,1	+ 0,19
- V	59,716	40,284	1430,6	1430,6	± 0,00
- VI	39,857	60,143	1226,7	1223,0	+ 0,30
- VII	18,807	81,193	1016,5	1015,8	+ 0,07
H (rein) . . .	0,000	100,000	841,0	841,0	± 0,00

15°

A = 1,167 B = 0,875

He (rein) . .	100,000	0,000	1961,1	1961,1	± 0,00
Mischung I	96,094	3,906	1913.3	1911,4	+ 0,10
- II	89,569	10,431	1831,9	1829,5	+ 0,13
- III	86,40	13,60	1784,6	1790,6	— 0,33
- IV	75,087	24,913	1652,8	1655,0	— 0,13
- V	59,716	40,284	1476,9	1479,6	— 0,18
- VI	39,857	60,143	1265,2	1266.0	— 0,06
- VII	18,807	81,193	1054,8	1054,5	+ 0,03
H (rein) . . .	0,000	100,000	877,6	877,6	± 0,00

100°

A = 1,110 B = 0,9203

He (rein) . .	100,000	0,000	2340,8	2340,8	± 0,00
Mischung I	96,094	3,906	2289,7	2284,0	+ 0,25
- II	89,569	10,431	2203,2	2190,4	+ 0,58
- III	86,40	13,60	2155,5	2145,4	+ 0,47
- IV	75,087	24,913	1986,0	1987,7	— 0,09
- V	59,716	40,284	1784,7	1780,5	+ 0,24
- VI	39,857	60,143	1517,4	1524,0	— 0,43
- VII	18,807	81,193	1264,6	1265,5	— 0,07
H (rein) . . .	0,000	100,00	1045,0	1045,0	± 0,00

Werte A und B die Reibungskoeffizienten von beliebigen Mischungen zwischen Helium und Wasserstoff zu berechnen.

Beim Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate erhielt ich Normalgleichungen zur Bestimmung von A und B, die nahezu identische waren, so daß für die Resultate die 5. und 6. Ziffer ausschlaggebend wurde. Das zeigt daß A und B bei den gering-

fügigsten Änderungen irgendeines η eine außerordentliche Veränderung erfahren, und daß die Ungenauigkeit ihrer Bestimmung bis in die erste Ziffer reicht. Ist diese Erscheinung bei mir nicht ein besonderer Fall, sondern allgemein (Kleint findet dasselbe bei seinen Stickstoff-Sauerstoff-Mischungen), so wären die A und B zwar für die numerische Berechnung weiterer Reibungskoeffizienten der Mischungen gut genug; aber um daraus gewisse Konstanten für die Diffusion besonders genau zu bestimmen, wie wohl Thiesen glaubte, wenig geeignet. Dagegen wäre umgekehrt ein guter Erfolg zu erwarten; wenn es nämlich aus Diffusionsversuchen gelänge, die A und B nur bis in die 2. oder 3. Ziffer genau zu bestimmen. Dann wären Reibungskoeffizienten nach Thiesen mit höchster Genauigkeit zu berechnen, vorausgesetzt, daß die Formel nicht noch Lücken enthält. Das letztere halte ich nicht für ausgeschlossen, da in meiner Kurve für Mischungen bei 100° deutlich ein Wendepunkt zu erkennen ist, der nach Thiesen nicht zum Ausdruck kommt.

Ergebnisse.

1) Die Reibungskoeffizienten für trockene Luft, Helium und Wasserstoff wurden erneut sichergestellt bzw. verbessert.

2) Die Reibungskoeffizienten für Mischungen von Helium und Wasserstoff wurden für die Temperaturen 0°, 15° und 100° bestimmt.

3) Die Änderung des Reibungskoeffizienten mit der Temperatur kommt bei Helium-Wasserstoffmischungen durch die Formel von Sutherland für das von mir untersuchte Temperaturintervall von 0° bis 100° richtig zum Ausdruck. Der Gültigkeitsbereich dieser Formel, der jetzt für höhere Temperaturen wohl allgemein außer Zweifel stehen kann, liegt aber bei tieferen Temperaturen für mittlere Mischungen schon nahe bei 0°C.

4) Die Änderung des Reibungskoeffizienten mit dem Mischungsverhältnis kann durch die Formel von Puluj der Richtung nach erkannt werden. Sie liefert aber nur Näherungswerte, doch so, daß eine Regelmäßigkeit in den bisher untersuchten Fällen zutage tritt. Die für das Verhalten des Reibungskoeffizienten von Gasmischungen charakteristische Krümmung der dafür sich ergebenden Kurve kommt nach Puluj stets zu stark zum Ausdruck.

5) Die Formel von Thiesen bewährt sich, um nach Bestimmung der Konstanten $\frac{a_{12}}{a_{11}}$ und $\frac{a_{21}}{a_{22}}$ aus einer Anzahl bereits bekannter Reibungskoeffizienten gewisser Mischungen für jedes beliebige andere Mischungsverhältnis η mit genügender Schärfe zu bekommen.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dorn, der es mir ermöglichte, in dem physikalischen Institut der Universität in Halle diese Arbeit auszuführen, für die freundliche Anregung und stete Unterstützung meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Zugleich danke ich auch an dieser Stelle Herrn cand. phys. Naumann, der mir in liebenswürdiger Weise die Einstellung des einen Manometers besorgte, und Herrn Institutsmechaniker Böckel für die geschickte Unterstützung bei der Ausführung der technischen Arbeiten.

Lebenslauf.

Geboren bin ich, Arthur Gille, am 9. Mai 1883 zu Berlin als Sohn des Rentiers Ferdinand Gille und dessen Ehefrau Karoline geb. Wehr. Meine Schulbildung erhielt ich 1894 bis 1903 auf dem Gymnasium in Stendal, das ich Ostern 1903 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Ich wandte mich dem Studium der Geodäsie zu. Nach einem praktischen Jahr bis Ostern 1904 studierte ich an der Landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin und erwarb Ostern 1906 die Bestallung als Landmesser. Als solcher war ich bis Oktober 1907 im Reichskolonialamt, von Oktober 1908 bis April 1911 bei der Herzoglich Meiningenschen Katasterverwaltung tätig. Meiner Militärpflicht genügte ich Oktober 1907/08 als einjährig Freiwilliger beim Telegraphen-Bataillon I.

Im Oktober 1910 schloß ich die Ehe mit der Tochter des Gutsbesitzers Wilhelm Stappenbeck, Margarete.

Vom April 1911 bis August 1914 studierte ich Mathematik und Physik an der Universität in Halle.

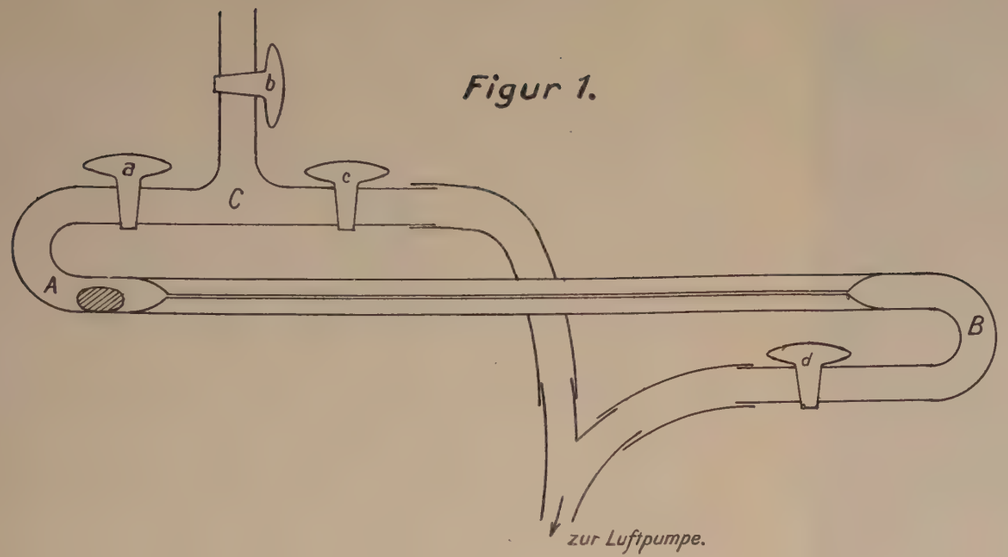
Während meiner Studien hörte ich die Herren Professoren und Dozenten:

Bernstein, Börnstein, Buchholz, Dorn, Eberhard, Fries, Gruner, Gutzmer, Haecker, Hegemann, Karsten, Krüger, Menzer, v. Münstermann, Nolda, Orth, Peltzer, Pfeiffer, Reichel, Schenck, Schlüter, Vogler, Wangerin, Werner, Wigand, Wittmack. Allen diesen meinen verehrten Lehrern, namentlich aber Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dorn bin ich zu aufrichtigem Danke verpflichtet.

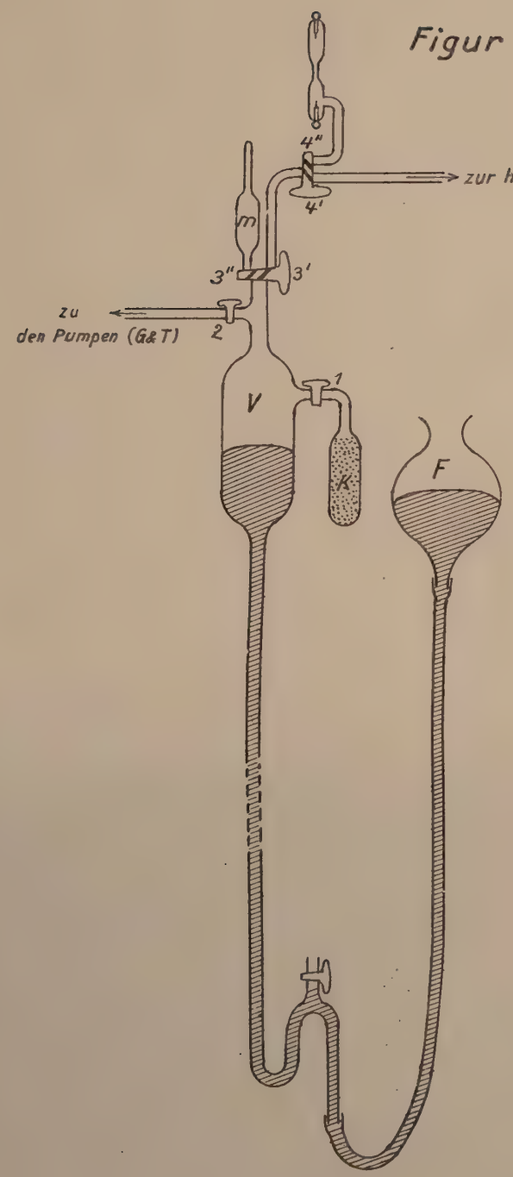
Am Tage nach meinem Rigorosum, dem 2. August 1914, war der erste Mobilmachungstag, der mich zu den Fahnen rief. Seitdem stand ich im Felde als Unteroffizier der Reserve bei der Belagerungs-Telegraphen-Abteilung I und wurde am 6. Mai 1915 mit dem Eisernen Kreuz ausgezeichnet.

Tafel I

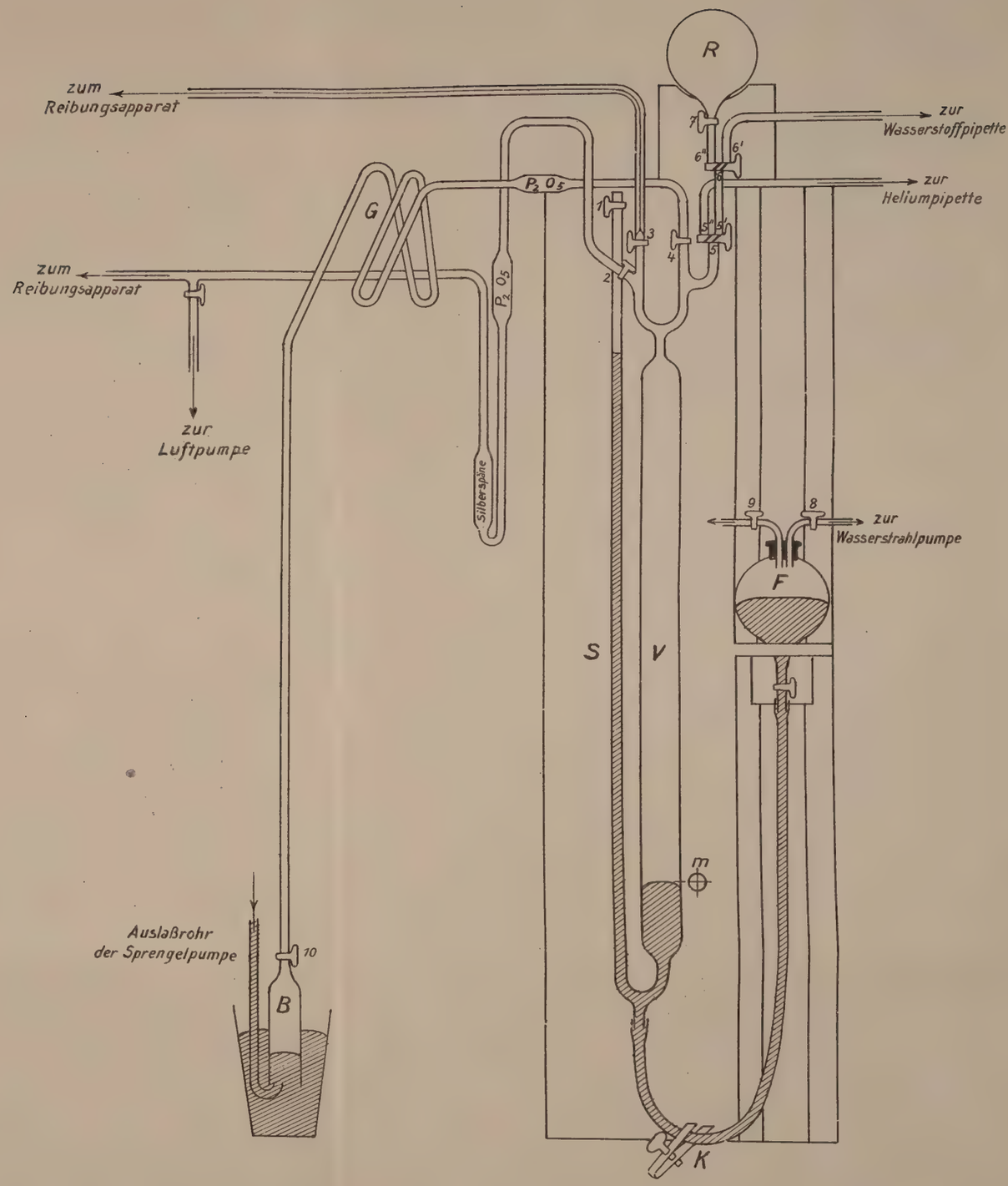
Figur 1.



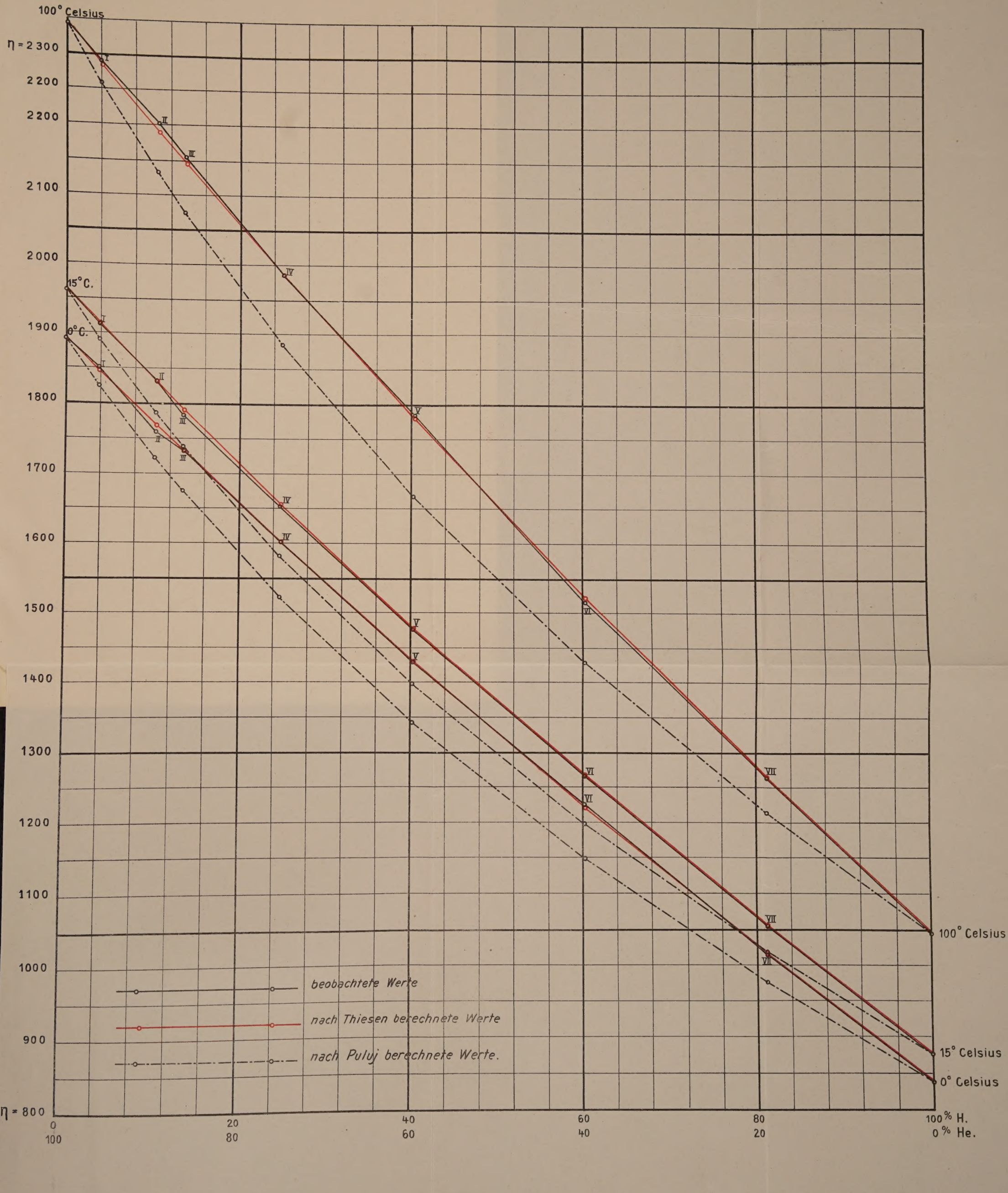
Figur 2.



Figur 3.



Tafel II.


100° Celsius
η = 2300
2200
2200
2100
2000
15° C.
1900
0° C.
1800
1700
1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
η = 800
I
II
III
IV
V
VI
VII
beobachtete Werte
nach Thiesen berechnete Werte
nach Puluj berechnete Werte.
100° Celsius
15° Celsius
0° Celsius
0 100
20 80
40 60
60 40
80 20
100 % H.
0 % He.